

微衛星姿態控制系統設計

微衛星於太空中脫離載具之後，在進入軌道執行任務前，必須做適當的姿態修正，有時也由於任務的要求，需要進行較大範圍的姿態操控；再加上太空環境中存在許多不確定的外力干擾，因此微衛星必須具備強健性的姿態控制系統。強健控制概念是針對最壞情況的干擾做設計的考量，將系統的性能輸出對干擾輸入的靈敏度減至最小，使得微衛星在太空環境的外擾作用下，仍能滿足姿態操控的性能要求。本文將詳細分析微衛星姿態判別及控制系統中所使用的感測器、致動器以及太空環境所產生對微衛星的干擾力矩，並完成強健性 H_{∞} 姿態控制器的設計，以電腦模擬確認其在微衛星姿態控制上優越的能力。

沈元祥、孫允平、楊憲東

一、微衛星概述

自從 1958 年第一顆人造衛星 Sputnik 1 發射升空之後，迄今各國已經發射了超過兩萬顆各式各樣的物體進入地球的軌道中。目前最大的太空人造物是由 16 個國家合作的國際太空站 (International Space Station, ISS)，自 2000 年起分段發射，長 356 呎，總重量超過 450 噸；除了大型衛星之外，太空科技在小 (微) 型衛星的技術上更有蓬勃的發展。

1. 微衛星發展歷史⁽¹⁾

在 1960 年代人類展開太空活動的初期，受限於火箭的運載能力以及相關的技術尚未成熟，無法

發射較大型的衛星，所以當時的衛星大多僅是實驗性質，體積小、重量輕，功能十分有限。自 1970 年以後，受到登陸月球的太空計畫獲得空前成功的鼓舞，以及全球通訊的需要與軍事的競爭，使得各國競相發展太空計畫，建造愈來愈大型的衛星。近十五年來，太空計畫的經費已遠不如往日寬裕，為了降低衛星發射的成本，小型衛星又重新受到重視，而且隨著電子技術及微機電系統 (microelectromechanical system) 技術的進步，使得微衛星所具備的功能非但不遜於傳統大型衛星，甚至猶有過之。

微衛星是泛指重量在 100 公斤以下、配備有先進電子設備的衛星。1981 年 UoSAT-1 成功升空成為第一顆帶有微處理器進入太空軌道的微衛星，正式將微衛星推上了太空活動的舞台。1986 年太空梭挑戰者號 (Challenger) 爆炸失事後，造成太空工業極大的震撼，使得人們重新檢視太空科技發展的方向。1989 年歐洲太空總署 (European Space Agency, ESA) 展開了一項新的計畫，研究以單一載

沈元祥先生為國立成功大學航太工程碩士。

孫允平先生為國立成功大學航太工程博士，現任私立永達技術學院機械系助理教授。

楊憲東先生為國立成功大學航太工程博士，現任國立成功大學航太工程系教授。

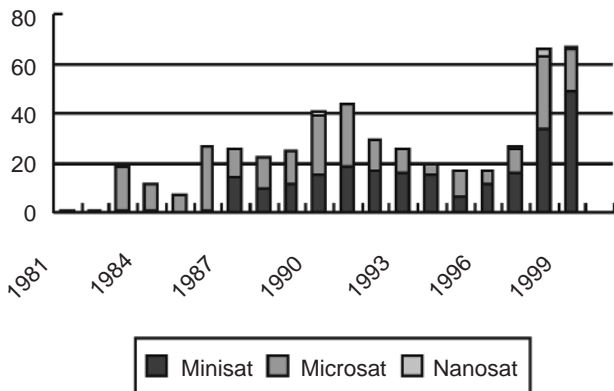


圖 1. 1981 - 1999 年微衛星發射情形。

具同時運送多顆微衛星，並分段發射進入軌道。在 1990 年集合了英國、美國、巴西及阿根廷業餘無線電玩家共 6 顆微衛星同時成功升空，每一顆微衛星的重量都在 12 公斤之下，大小不超過 25 公分，相較於重達數噸的大型衛星，成為強烈的對比。

一年之後，美國的防衛先進研究計畫局 (Defense Advanced Research Projects Agency, DARPA) 也以小型推進器對 7 顆通訊用微衛星 (Lightsat) 完成軌道主動控制。特別的是，這 7 顆微衛星是由 B-52 轟炸機載運具備三節固態燃料的天馬 (Pegasus) 火箭，在 40000 呎的高空發射，再由天馬火箭將衛星推送至運行軌道上。同年，歐洲太空總署也以亞利安 (Ariane) 火箭發射了兩顆微衛星，其中一顆衛星 SARA 裝載無線電望遠鏡以執行對木星的觀測任務。至 1993 年英國蘇瑞大學 (Surrey University) 的微衛星 PoSAT-1 以全球定位系統 (global positioning system, GPS) 配合電荷耦合元件 (charge-coupled device, CCD) 恆星感測器完成較高定位精度的三軸穩定 (three-axis stabilization) 姿態控制。(參見圖 1)

最近，美國空軍正嘗試以多枚微衛星所構成的微衛星群 (microsatellite cluster)，預期這種以陣列形式飛行的微衛星群將可以執行較單一衛星更為複雜的任務，並且提供更高的可靠性。在 2000 年由 DARPA 發射的 Picosat，大小為 $10 \times 75 \times 25$ 立方公分，而重量只有 0.5 公斤，其主要任務即在測試由微機電技術製成的無線電頻率 (radio frequency, RF) 切換器。雖然其電力在使用一個月後即告罄，

但隨著微機電技術的不斷進步，未來將會有更多功能強大的微型衛星在地球四周環繞。

2. 感測器⁽²⁾

感測器在衛星姿態控制中是不可或缺的裝置，如同人類的雙眼，若沒有良好的感測器，再好的控制器和致動器也無法正確有效地控制衛星的姿態。一般常見的感測器有：恆星感測器 (star sensor)、太陽感測器 (sun sensor)、地表感測器 (horizon sensor)、地磁感測器 (magnetometer) 及陀螺儀 (gyroscope)。

恆星感測器是將觀察到的星象與已知的星圖做比對，而得到衛星姿態的資訊，其量測的精確度可達 $1''$ (弧秒, arc sec)，約 0.0003° ，是精確度最高的感測器。但恆星感測器較重 (約 2 至 5 公斤)，耗電量也較大 (約 5 至 20 瓦)，同時建立全天域的星圖需要龐大的資料庫，以及快速的比對分析能力，所以價格上也最為昂貴。另外，在操作上，由於星光十分暗淡，易受到太陽、月球或其他行星的光線干擾，在鑑別上已屬不易，而且恆星感測器需要在衛星本體的指向較為穩定的狀況下，方能比對星圖正常的工作，因此在作為姿態控制的用途時，往往必須搭配其他種類的感測器，譬如陀螺儀。

太陽感測器只需單純的搜尋太陽光的來源，因此被廣為使用。尤其在地球軌道附近，太陽的視直徑約為 0.5° ，幾乎保持不變，並且太陽光線十分強烈，目標極易辨識，所以太陽感測器具有低功率 (約 3 瓦以下)、低重量 (約 0.1 至 2 公斤) 的特色，而精確度在 0.005° 至 3° 之間。此外，太陽感測器可以利用作為保護對光線敏感的酬載，或是指引太陽能板的方向等額外的功能，更增加了使用上的附加價值。通常衛星上可安裝數個太陽感測器以增加搜尋視野，若要提高精確度，可以利用小型日冕儀的原理，以太陽的輪廓做進一步的判斷，則可將精確度提昇至數個弧秒以內。但太陽只有一顆，只能做一個維度的控制，因此若要做三軸姿態控制，必須配合其他的感測器使用。

地表感測器是測量地球的輪廓，找出地心的位置，從而決定衛星的指向。因此對於需要對準地球的任務，如氣象、通訊及資源探測衛星等，裝設地

表感測器是最直接的方法。而地表感測器的缺點則是容易受到大氣的干擾，故地表感測器多半使用紅外線的量測範圍來減低大氣或夜間的影響，一般只有約 0.1° 至 1° 的精確度，重量大約在 0.5 至 4 公斤，耗電量介於 0.3 至 10 瓦之間，如果要進一步提升精確度，則必須加入地球是扁球體 (oblateness) 的修正。

地磁感測器是藉由測量地磁的強度和方向來決定衛星相對於地球的姿態。地磁感測器的優點是重量輕 (約在 0.3 至 1.2 公斤)，耗電量小 (小於 1 瓦)，而且不易受光線和溫度變化的干擾，使用上可靠度高，但是精確的地磁模型受到許多複雜因素的影響，並不容易建立，使得地磁感測器的精確度難以有效地提昇，而且地磁強度隨著衛星與地心距離的三次方成反比減弱，故地磁感測器通常適用在低軌道衛星。

陀螺儀是慣性感測器 (inertial sensor) 的一種，在飛機導航上已使用多年，同樣地可以運用在衛星的姿態偵測。陀螺儀藉由偵測衛星相對於慣性座標系 (inertial reference frame) 的角動量的變化以決定衛星的姿態，不需設定參考點，因此受環境的影響極小，但由於需要驅動旋轉元件，所以重量較高 (約 1 至 15 公斤)，耗電量也大 (約 10 至 200 瓦)，並且機械元件的運動摩擦及能量的損耗，使得精確度會隨著使用時間而漂移 (約 $0.003^\circ/\text{hr}$ 至 $1^\circ/\text{hr}$)。光學陀螺儀的發展則利用雷射互相干涉，故不再有機械上的損耗，可以大幅提高精確度，只是價格相當昂貴，是光學陀螺儀難以普遍的最大障礙。目前正在發展的微機電技術也可以大幅地降低陀螺儀的重量及耗電問題。

3. 致動器⁽²⁾

根據感測器所傳回的資訊，經過控制器的判斷分析之後所下的回授命令 (feedback command)，將交由致動器執行，所以致動器猶如人類的雙手雙腳，負責執行大腦所下的運動指令。在衛星姿態控制系統中，致動器可區分為主動致動器 (active actuator) 和被動致動器 (passive actuator)，至於兩者的使用時機則必須取決於任務的特性、精確度的要求，還有系統的相容性、重量和功率的限制，以及

環境的考量。

被動致動器的工作原理是將因外擾所產生的非渴望的 (undesired) 能量藉由轉換的方式加以耗散，所以必須依照環境的條件來被動產生動作，毋需攜帶額外的能源來驅動致動器；而主動致動器則必須要攜帶能源，根據控制器的命令驅動致動器以主動地抵消外擾的影響。常用的主動致動器包括：磁力矩 (magnetic torquer)、動量飛輪 (reaction wheel) 及推進器 (thruster) 等。磁力矩是利用磁線圈 (magnetic coil) 或電磁鐵 (electromagnet) 通電所產生的磁雙極矩 (magnetic dipole moment) 與地球磁場的交互作用而產生控制力矩；動量飛輪則是藉由改變飛輪的轉速，以吸收因為外擾改變衛星姿態所導致的角動量變化；推進器則是利用噴出的燃料衝量變化，提供與外擾力矩反向的控制力矩以維持衛星的姿態。

磁力矩在三者中的重量最輕，也不會有零件的轉動或移動，在簡單化的設計考量上，磁力矩是不錯的選擇。但在使用上，必須依賴環境的磁場決定控制力矩的大小，而且，磁線圈需要較大的電流通過以產生足夠的磁雙極矩，確保能和微弱的環境磁場作用，獲得足夠的控制力矩。

動量飛輪在硬體上為轉動的機械結構，藉由與衛星作角動量的交換以控制姿態的指向。但飛輪所容納的角動量有限，故適合對付具有週期性的外擾。當飛輪的角動量容量 (angular momentum capacity) 因為飛輪的轉速限制而達到飽和 (saturation) 時，通常需要額外的裝置如小型推進器或磁力矩的去飽和 (desaturate) 以恢復動量飛輪的正常功能。

一般而言，不管是對於衛星的姿態操控或是對抗外擾力矩，推進器是最有效率的一種致動器。因為其容易操作的特性，而且幾乎不受環境的限制，在太空中具有較高的實用性。但是在硬體設計上較為複雜，導致價格高昂，同時使用的期限受制於燃料的消耗，因此在整體設計上仍有其困難度。在操作上，若只需做姿態控制，推進器通常成對作用以減少位移的發生，所以對於一個三軸穩定的姿態控制，則至少需要三對推進器來完成控制的動作。

推進器的推力來自於燃料的集中噴射並從中獲得相對的動量，而燃料噴發的能量一般是由下述兩

種化學反應系統獲得。熱氣體系統 (hot-gas system) 是利用分子間的化學反應釋放能量，這可以得到較大的推力，並能維持較長的作用時間，但反應的過程不易控制，而最常使用的燃料 N_2H_4 約在 $0^\circ C$ 即會結冰，故還需要保持燃料的溫度以維持反應的進行。冷氣體系統 (cold-gas system) 則是利用分子相變的潛熱或直接對氣體壓縮做功以進行反應，如此獲得的能量較少，但反應較為穩定，可以完成較為精確的動作，適合小型衛星的姿態控制需要⁽³⁾。

推進器反應過程中最大的問題在於：反應發生的初期，由於觸媒尚未達到所需反應溫度，因此初期的反應速率無法達到理想值。即使反應達到穩定態時，由於機械的操作特性，會產生反應的延遲，以及需要一段時間才能達到要求的推力值，並非在瞬間產生足夠的脈衝，所以對於以推進器作為致動器的設計，需要進行較多的測試以得到接近實際狀況的動態數據。

此外，對於使用致動器的衛星而言，燃料的消耗也是決定衛星任務壽命的主要因素，因此在衛星升空前，燃料的使用必須事先規劃以確保任務進行。本文將採取四對小型推進器作為實現姿態控制律的主動致動器。

4. 微機電系統⁽³⁾

由於衛星的發射成本極高，每增加 1 公斤的重量便會多出約 10000 美元的預算，精減系統的重量往往是設計衛星時的一大問題。近來微機電技術已可以將感測器、致動器及控制器整合在一顆小小的晶片上，不僅減少在太空載具上所佔用的體積與重量，而且大幅減少所消耗的能源。

但是將裝置微小化之後，通常也會使得裝置的效能將迅速降低。然而，對於推進器而言，推力與噴嘴的有效面積 (或是特徵尺寸的平方) 成正比，而重量與體積 (特徵尺寸的立方) 成正比，因此推進器的推力 - 重量比反而隨著尺寸的縮小而增大。

以目前的微機電製造技術，可以製作出 $100\ \mu m$ 的噴嘴。美國麻省理工學院 (Massachusetts Institute of Technology, MIT) 發展出的微引擎可產生 $0.2\ N$ 的推力；DARPA 則將微推進器作陣列排列，十分適合做為微衛星的姿態控制器。至於大推力、

低燃料的離子引擎 (ion engine)，在 1990 年代初期開始發展，美國國家太空總署 (National Aeronautics and Space Administration, NASA) 於 1998 年 10 月成功發射一顆使用離子引擎的實驗探測船 DS-1 (Deep Space 1)，並以氫做為燃料。

二、太空環境的干擾力矩與轉動慣量的不確定性

太空環境是衛星控制上最大的變數，不僅變化量不易估測，發生的時間也不定，但對於一般存在的外擾，仍然可以做出適當的估計，並建構粗略的模型供衛星設計時參考。

在地球軌道附近，主要的太空環境外擾為地球的重力和磁場，並有地球大氣的干擾，以及溫度和輻射的變化。這些外擾值可以使用數學加以描述，並可分析出在不同的運行軌道上，太空環境外擾所可能造成的影響。因此在確定衛星所在的位置後，即可針對影響最大的外擾做出控制。

1. 地球重力場

重力的數學形式很早被發現，並使人們瞭解能站穩在地面上的真正原因。但對於太空探索，地球強大的重力場無疑是必須克服的主要障礙之一，同時也使得衛星必須消耗巨大能量才能脫離地表，並以高速飛行在既定的軌道上。但問題並未到此結束，由於地球的重力場並非全然均勻，重力梯度提供了施力的支點，並影響著衛星的姿態。

假設地球對衛星各點重力的合力方向可被視為衛星各點與地心的連線方向，對衛星上任一質點 dm 而言 (參考圖 2)，所受地球的引力為

$$d\mathbf{F} = \frac{GM}{\delta^3} \delta dm = -\frac{GM}{(|\mathbf{R} + \mathbf{r}|^2)^{3/2}} (\mathbf{R} + \mathbf{r}) dm \quad (1)$$

其中 G 是引力常數， M 是地球質量， δ 是地心至衛星上質點的距離， \mathbf{r} 是衛星質心至衛星上各點的距離， \mathbf{R} 是地心至衛星質心的距離，可得到衛星所受的重力為，

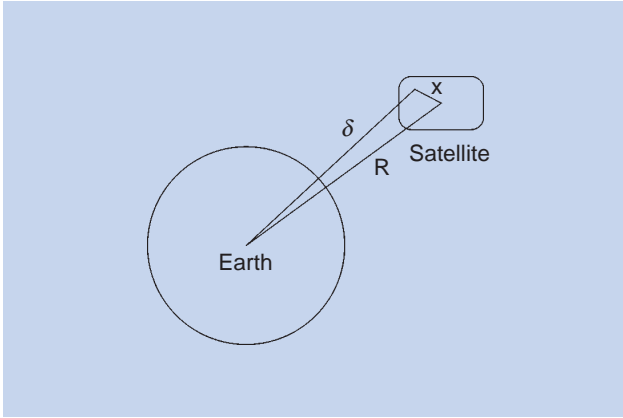


圖 2. 衛星、地球相對位置示意圖。

$$\mathbf{F} = -\frac{GM_m}{R^2} \mathbf{a}_1 - \frac{GM}{R^4} \left(\frac{3}{2} \text{tr}(\vec{I}) - \frac{15}{2} \mathbf{a}_1 \cdot \vec{I} \cdot \mathbf{a}_1 \right) \mathbf{a}_1 - \frac{GM}{R^4} 3\vec{I} \cdot \mathbf{a}_1 \quad (2)$$

接著計算衛星受到的力矩，

$$\mathbf{T} = -\int_b \mathbf{R} \times d\mathbf{F} = \frac{3GM}{R^3} \mathbf{a}_1 \times \vec{I} \cdot \mathbf{a}_1 \quad (3)$$

此外，衛星在太空中仍會受到日、月及其他行星的影響，但由於距離遙遠，可利用以上公式代入計算，得到相關數據，並發現其值遠小於地球的作用力，故在模擬中將忽略地球之外的重力效應。

2. 地球磁場

早在兩千年前，人類即發現地球本身帶有磁性，也能利用磁針定出方向，但是對地磁的來源卻不甚明瞭，至今對地磁的結構仍是只有粗略的描述。目前可以確定的是：地磁來源主要與地核的鐵磁性元素相關，並會強烈受到地函內部熔融狀流動物質的影響。

一般認為，地球自旋與地球內部的熱效應牽動著地函物質的流動，但難以解釋的是：地磁的磁極與地理的兩極並不如直覺所認為會互相重合，而是逐日漂移。事實上，由地殼的磁性分布，甚至可證明曾發生過多次地磁反轉的現象。

隨著對電磁作用的逐漸瞭解，於是人們便嘗試

著建構出地磁的數學模型，並自 20 世紀中期，人們開始在地面建立許多地磁觀測站，迄今已約有 200 個固定的地面觀測站及更多的臨時觀測站分布在全世界各地。即便如此，由於地理和地形的限制，觀測站的位置無法任意指定，因此受限於區域性磁場的干擾，所獲得的有效資料仍十分有限。此外，尚有飛機及船隻在其他區域做機動性的輔助觀測，彌補地面觀測站的不足，取得足夠的數據以建立數學模型。近年來在人造衛星的加入後，完全擺脫了傳統的地理及氣候限制，得以全天候取得更完整的全球地磁資訊。在無法獲得精確的地磁運動模式之前，搜尋大量的資料是不可避免的。

IGRF (International Geomagnetic Reference Field) 採用 IAGA (International Association for Geomagnetism and Aeronomy) 的全球觀測數據建立一組詳細的磁矩地磁模型。根據 IGRF 1995 所公布的地磁兩極的位置分別在 (79.0N, 105.1W) 及 (64.7S, 138.6E)，而直接測量到的兩極大約在 (78.5N, 103.4W) 及 (65S, 139E)，兩者相去不遠，在磁極每天漂移數十公里的變化下，此模型是可接受的，並常引用為感測器的地磁座標系統。

如同對日常所見的磁鐵，地球內部也可大略視為存在著一磁矩，隨地球自轉而轉動著。磁矩的兩端與地理南北極夾角約 11 度，地表的磁場強度分布在 25000 - 65000 nT 之間 (如圖 3)，並在各地有不同的磁偏角及磁傾角，但地磁數據並非固定，而是隨時變化著。地磁的不可預測，也使得 IGRF 必須每五年更新一次數據，以維持地磁參考模型的準確性。

磁矩的來源可以是永久磁鐵，或是電流環路，地磁現象則由兩者疊加產生。本文中將以磁雙極為地磁模型求出地球磁場並進行模擬。根據磁場的定義可得到衛星所在位置的磁場強度，

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} = \frac{\mu_0}{4\pi R^3} \left(\frac{3}{R^2} (\mathbf{p} \cdot \mathbf{R}) \mathbf{R} - \mathbf{p} \right) \quad (4)$$

接著估測衛星本身的磁極，暫不考慮衛星上的其他帶有鐵磁性的儀器或酬載，只求衛星上電路的電流強度 \mathbf{I} 及電路板線路的配置 δ 。假設電流強度

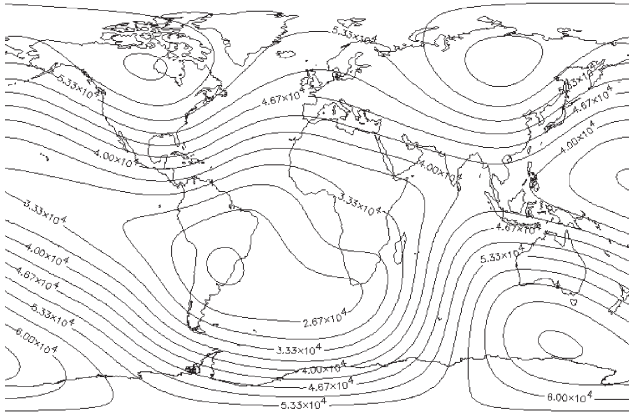


圖 3. IGRF 2000 地表磁場強度 (nT)。

I 不變，對環路各點 $d\mathbf{l}$ 積分，可計算電路的感應磁雙極 \mathbf{P}_c 為

$$\mathbf{P}_c = \frac{I}{2} \int (\boldsymbol{\delta}_c \times d\mathbf{l}) = I \cdot \text{area} \quad (5)$$

由此可知，磁雙極 \mathbf{P}_c 為衛星上電流及其環路面積的乘積。最後，計算磁雙極 \mathbf{P}_c 與磁場 \mathbf{B} 的外積，即為衛星所受到地球磁場的力矩大小

$$\mathbf{W}_B = \mathbf{P}_c \times \mathbf{B} \quad (6)$$

由於地球磁場不似重力場一般均勻，故理想的磁雙極模型不能精確地描述出真實的地磁分布。例如，從實際地磁磁極的位置可以知道：地磁的磁矩並非完全對稱，若要做更詳細的數學描述，另一個磁極或是磁位的高次項必須引入，才能更貼近真實的地磁分布。然而磁雙極與距離平方成反比，而下一項與三次方成反比，則在地球軌道上的衛星所參考的數據與實際情形的落差將隨高度增加而減少，並且電磁的複雜性會使得公式太過繁雜，故模擬中仍只採用磁雙極模型。

磁場的不穩定性變化在各種外擾中，算是劇烈的。除了磁極的漂移，有諸多區域性的磁場都會產生干擾，如地殼中岩石的殘餘磁性記憶著歷史的地磁方向，並隨著板塊擴張而分布各地。大氣中的電離層存在於低軌道附近，產生的磁場隨著日夜溫度

變化而感應不同的磁場強度。甚至洋流也會使得海水產生微弱的磁場。但整體而言，超過 90% 的磁場來源仍來自於地球內部的機制。

尋找地磁磁極的位置並不容易，除了磁極的漂移之外，局部性的磁場也會影響觀測值，包含地殼中的磁性、電離層和磁層的帶電粒子，甚至洋流也會產生些微干擾。

3. 太陽輻射

太陽輻射即是從太陽發出的光。而光子照射在物體表面上被物體吸收或是反射時則會產生光壓，對於不同表面所得到不同的光壓差異，就會產生淨力或是淨力矩。

因光線的照度是與距離平方成反比，可知在地球附近的軌道與太陽距離長度相較，其差異是可忽略的，即使在月球軌道上與地球所受到的照度相比，變化也不過 0.5%。因此，可將太陽輻射對衛星的照度視為常數，定太陽輻射的功率密度 R 為

$$R = 1358 \text{ (W} \cdot \text{m}^{-2}) \quad (7)$$

而照度的變化率主要來自地球間接的影響。地表和大氣會吸收部分太陽輻射，再輻射出去，而另一部分則直接反射，作用在衛星表面。但相較於太陽本身的輻射，地球的輻射量並不大，在地表的輻射功率約為太陽輻射總量的三分之一，且與地表距離平方成反比而快速遞減。

衛星表面接受外來的輻射時，會因表面材料的不同而對輻射有不同的吸收率。若以光滑表面做全反射時，衛星動量的改變最多，而產生的外力最大，

$$d\mathbf{F}_R = 2 \frac{R \cdot d\mathbf{A}}{c} \quad (8)$$

其中 c 代表光速，所以可以從衛星的幾何外形估算出衛星受到的外力。

4. 空氣阻力

空氣阻力是由空氣中的粒子與飛行中的衛星相

互碰撞造成。在高空中，空氣阻力隨空氣密度逐漸稀薄而減少，因此在數百公里以上運行的衛星而言，所受到的影響有限。

假設空氣密度 ρ 隨著高度而呈指數遞減

$$\rho = \rho_0 e^{-k \cdot r} \quad (9)$$

其中 ρ_0 是海平面的空氣密度， $\rho_0 = 1.225 \text{ (kg} \cdot \text{m}^{-3}\text{)}$ ，可得到空氣阻力的大小為

$$d\mathbf{F}_A = -\frac{1}{2} C_D \rho \mathbf{V} (\mathbf{V} \cdot d\mathbf{A}) \quad (10)$$

其中 $V = \sqrt{\frac{GM}{R}}$ 是衛星速度，並設阻力係數 $C_D = 2$ ，則可求出空氣阻力。

5. 衛星轉動慣量的不確定性

衛星轉動慣量的變化會使得在衛星上的致動器所做出的動作產生誤差，而造成衛星姿態的不精確。且不管衛星的任務為何，姿態控制所關心的問題之一在於：系統的轉動慣量，即衛星的質量分布，以及在任務期間可能產生的質量變動。大型的衛星由於慣性使然，外在的力矩並不會造成本身姿態的太大困擾，但是也因為大型的結構，使得端點的撓曲較小型衛星嚴重，所以大型衛星對外在力矩的梯度變化較為敏感。而小型的衛星即使是對於輕微的外在力矩都可能造成姿態的干擾。

除了由外力產生的力矩之外，溫度的變化也會造成衛星的變形。由於各次系統的材料不同，分別有著不同的膨脹係數、傳導係數，以及對輻射不同的吸收程度，而不同的幾何外形也會影響受熱的截面，難以用理論計算出，故修正量通常以實驗為準。

另外，任何衛星都必須消耗燃料，則更無法避免質量分布的改變。而衛星本身的機械振盪則使得衛星的質心也以同樣的週期振盪，至於振盪的振幅需視局部的動作而定，通常必須由額外加裝的感測器估算偏移量。因此無論衛星的形態為何，都各有需要解決的姿態控制問題。

三、 H_∞ 強健控制器

對一個受控體而言，系統的動態模式可能很複雜，因此在建立受控體模型時，通常不易完全描述出系統的特性，而微衛星就是這樣的系統。即使能得到很複雜的系統模型，對應的控制器仍不易實現，所以一般在設計控制器時會將系統簡化，並利用此控制器對真實的系統進行控制，如此控制上的差異便造成了系統的不確定性。

另外，在做訊號的量測回授或是控制訊號的輸入過程中，都會受到環境的外擾影響。正因為存在以上的因素，即使再精準的致動器也可能無法得到良好的控制結果。

1. H_∞ 控制理論

衛星姿態控制的目的是使得衛星達到並維持在一定的方向上，或是從某個姿態轉變至另一指定的姿態。本模擬中將採用非線性 H_∞ 狀態回授控制做為姿態控制理論，直接針對微衛星的非線性動態做控制，不做線性化的假設。

H_∞ 控制理論的含意，大略來說，即是針對最差的狀況做最佳化控制，其中所指的狀況可能是外在的干擾或是系統內部的不確定性 (uncertainty)，因此 H_∞ 控制算是一種強健控制 (robust control) 的概念。強健控制的特點在於針對複雜的系統設計，若是系統的動態方程式難以精確求出，或是變化程度很大，強健控制則把可能的不確定性納入考量，以求能增加控制的範圍和彈性。雖然在穩定性和性能表現上可能會因此而變差，但是對於真實系統的操作上，強健控制對不可預期的變化有較好的抵抗能力。

系統的不確定性可分為結構化及非結構化二種，而 H_∞ 控制理論是針對非結構化不確定性的系統做穩定控制，不需要各種干擾的精確方程式，只需有干擾可能產生的最大值即可設計控制器。再利用狀態回授的方式，壓低外擾 w 對系統輸出 z 的影響 (參考圖 4)，使系統增益小於一 γ 值

$$\frac{\|z\|_2}{\|w\|_2} \leq \gamma \quad (11)$$

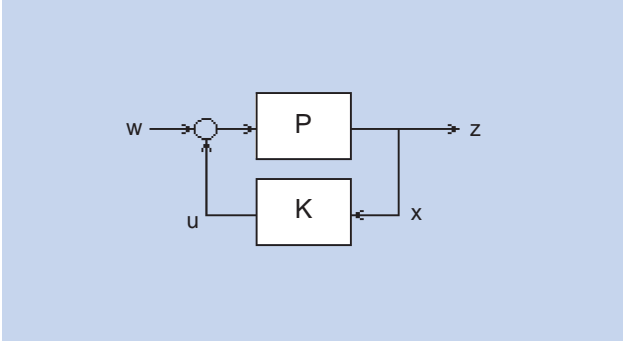


圖 4. 狀態回授控制示意圖。

γ 愈小，外擾 w 對系統輸出 z 的影響也愈小，因此 γ 是系統抗外擾的性能指標。在充滿未知的太空環境中， H_∞ 控制系統仍有其發展的必要性。

2. 控制器推導

對衛星姿態而言，所受力矩即為其角動量 \mathbf{A} 的變化。假設衛星為一剛體，則其轉動慣量可視為一定值，

$$\frac{d\mathbf{A}}{dt} = \frac{d}{dt}(\tilde{\mathbf{I}}\boldsymbol{\omega}) = \tilde{\mathbf{I}}\boldsymbol{\omega}' + \boldsymbol{\omega} \times \tilde{\mathbf{I}}\boldsymbol{\omega} = \mathbf{W} + \mathbf{U} \quad (12)$$

其中 \mathbf{W} 是外擾力矩， \mathbf{U} 是控制力矩。在上一節的限制條件下，由 H_∞ 狀態回授控制理論，可得到一對應的 Hamilton-Jacobi 偏微分不等式^(4,5)

$$H = V_x^T f + \frac{1}{2} V_x^T \left(\frac{1}{\gamma^2} g_1 g_1^T - g_2 g_2^T \right) V_x \quad (13)$$

$$+ \frac{1}{2} h^T h < 0, \quad \forall x \neq x_0$$

並且在平衡點 x_0 處滿足 $H(x_0) = 0$ ，其中 $V_x = [\partial V / \partial x_1 \quad \partial V / \partial x_2 \quad \dots \quad \partial V / \partial x_n]^T$ ，而 $x_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 是描述衛星運動的狀態變數 (state variables)。解出的 H_∞ 狀態回授控制器為

$$u = -g_2 V_x \quad (14)$$

假設存在一個二次形式 Lyapunov 正定函數能

滿足此 Hamilton-Jacobi 不等式，並滿足 $V(x_0) = 0$ ，因為轉動慣量 I 在主軸座標上可表為一對角矩陣，因此可將 Lyapunov 正定函數假設為

$$V = \frac{1}{2} x^T \begin{bmatrix} aI & cI & ID \\ cI & bU_3 & 0 \\ D^T I & 0 & b \end{bmatrix} x > 0, \quad \forall x \neq x_0 \quad (15)$$

將此 V 代入 (13) 式中，可將 Hamilton-Jacobi 不等式表示為 x 的二次不等式，而以對稱矩陣寫出為

$$H = \frac{1}{2} x^T \begin{bmatrix} (c+4\|D\|)I + a^2 K + \rho_1 U_3 & ack + \frac{1}{2} b U_3 & aD^T K \\ ack + \frac{1}{2} b U_3 & c^2 K + \rho_2 U_3 & cD^T K \\ aD^T K & cD^T K & D^T K D \end{bmatrix} x < 0 \quad (16)$$

利用 (16) 的條件，可得到控制器參數 a, b, c, D 的限制範圍。

在求解的過程中，有些條件會因化簡不等式的複雜度而放寬部分限制，因而損失部分範圍的解，但放寬條件會使計算非凸集合的非線性解較為容易。同時，對於不同的放寬條件假設及對參數選取的順序都可能得到不同結果。

本模擬中先限制 γ 值的範圍，用以降低兩個不等式的複雜度 ((15) 式和 (16) 式)，並由此範圍中將變數個別分離，使參數得以依次決定。

3. 系統不確定性

在理想狀態下，衛星被視為一剛體，並有固定大小的轉動慣量，以便簡化數學模型和運動方程式，並能在模擬時節省電腦計算的時間。實際上，當衛星在軌道上運行時，會受到環境中各種外力的作用而產生結構撓曲，或因任務需求而移動酬載的位置，更不可避免地因推進而逸去的燃料質量，這些因素會使得衛星整體的質心位置偏移，也造成轉動慣量的變化，使得在實際操作上與原先設計的數據產生差距。

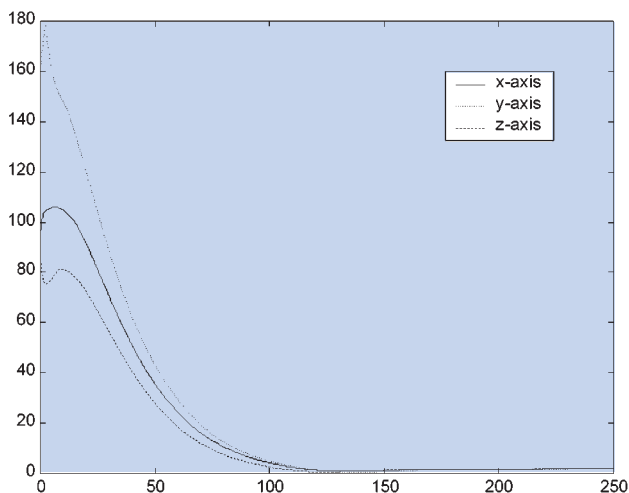


圖 5. 三軸姿態角。

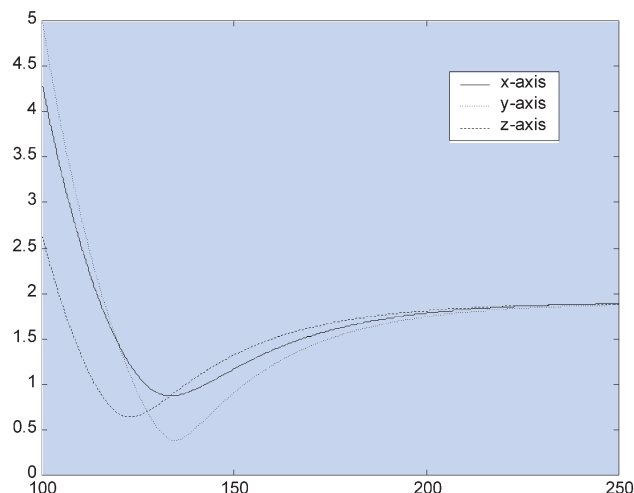


圖 6. 姿態角穩態誤差。

四、衛星設計與模擬

1. 衛星硬體設計

對於一顆普通的微衛星而言，重量在 100 公斤以下，耗電量在數十瓦之間，而衛星長度不超過 60 公分。因此在模擬中將衛星外型設計成為一橢球狀，三軸長分別為 50、40、30 公分，相當於一般微衛星的尺寸，而重量在 50 公斤，則可估算出衛星三軸的轉動慣量約為 5、7、8 ($\text{kg} \cdot \text{m}^2$)。

衛星本體中，除了酬載之外，必需的裝置還有：感測器、致動器、機載電腦、通訊設備、電池和燃料。

感測器以太陽感測器配合地表感測器搭配使用。較為廣角的太陽感測器視野約在 $120^\circ \times 120^\circ$ ，並在太陽指向上加裝小型日冕儀，可使精確度提升至 0.01 度以下。地表感測器則配合做為三軸控制用，但將使得另外兩軸的精確度只有地表感測器的精度，約在 0.1 度。但此模式在日地連線上會出現問題，只能儘量避免在該區域做控制。

當然，也可用太陽感測器和恆星感測器做三軸控制，由於兩者的互補性和高精確度將可有更佳之感測能力，以確保狀態回授控制的表現，但是在重量及電量的預算上則要付出較大代價。

致動器方面則使用四對小型推進器，每個推進器的推力在 0.5 N，總重量則約為 16 公斤，耗電 60 瓦左右。裝設位置則分別對稱於質心。

電池和燃料的攜帶量是由任務壽命決定，可假設燃料的 I_{sp} 值設為 300 秒，而做軌道維持的控制約每分 0.1 克。而以 15 公斤的燃料計算，去掉 15% 的安全餘裕，可得 3 個月的任務壽命。

在軌道設計上，設傾角為 35 度，高度為 500 公里，可做區域性的遙測和資源探測使用。在此高度受到的主要外擾為地球磁場和重力場。

下面的模擬將使用 H_∞ 控制律，針對此微衛星設計姿態控制系統。

2. 模擬 1

模擬時設定三軸的初始角度值分別在 80 度、70 度和 100 度；三軸的初始角速度皆為每秒 5 度。控制器中的 γ 值則設計為 30。圖 5 為三軸向的動作響應。根據 H_∞ 的控制特性，可以看出三軸的角度皆十分平穩的收斂，並能在 120 秒之內，從極大的角度回復至原來的姿態。

但將角度變化的模擬結果放大，則會發現從 200 秒之後，仍會保持約 2 度的穩態誤差 (圖 6)。由於三軸的耦合，角速度變化的趨勢並非只與個別角度單獨相關。從圖 7 可以看出角速度的調整並不會因大角度轉換而振盪，故此控制模式對於衛星轉向的動作有不錯的控制能力。

另外在燃料的消耗上，模擬中的 I_{sp} 值設為 300 秒，此一動作的完成將耗去約 70 克的燃料，對於有限的燃料使用量，仍稍嫌過多。

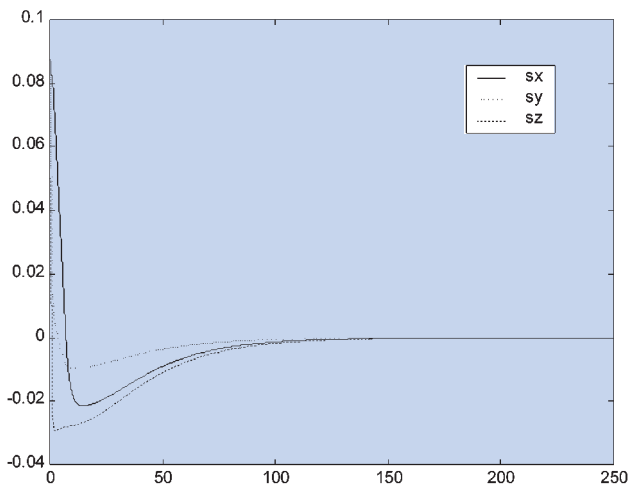


圖 7. 三軸角速度。

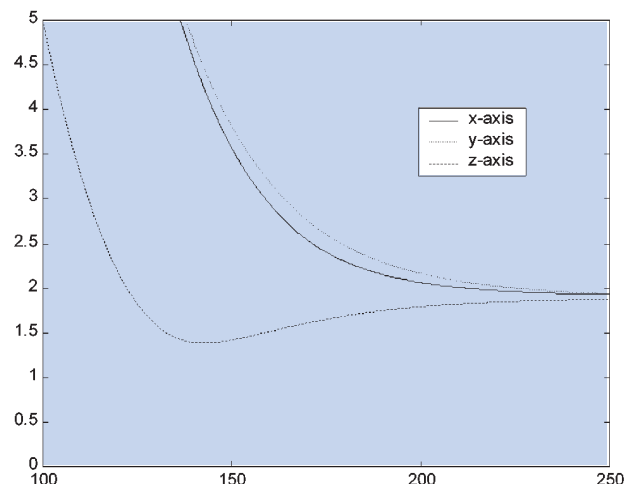


圖 9. 姿態角穩態誤差。

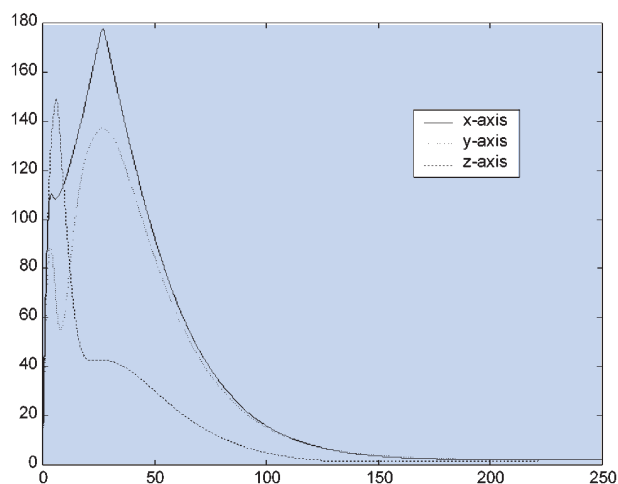


圖 8. 三軸姿態角。

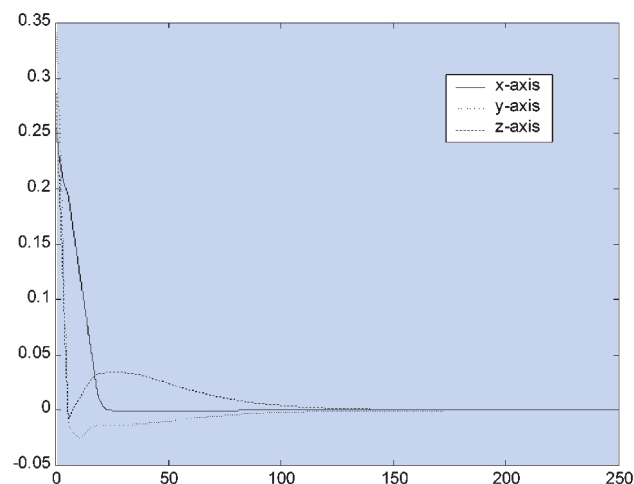


圖 10. 三軸角速度響應圖。

3. 模擬 2

若將三軸的角速度的初始值分別設定在每秒 15° 、 20° 和 18° ，而三軸的初始角度在 1 度，以同樣的控制方式，可以得到響應圖 8。收斂時間會稍延遲，角度也有大幅度的振盪。

而產生的穩態誤差也約在 2 度內，如圖 9 所示。再由圖 10 的角速度變化可知，在 x 軸向的角速度收斂較慢，再由三軸的耦合，使得各軸角度都仍會持續轉動。

4. 模擬 3

以下的模擬在於分析 γ 值的影響，並將三軸

的初始角速度都設定為 5 度 / 秒，三軸的初始角度分別為 80 度、70 度、100 度。當 γ 值調大時，衛星角度的過激量會稍為增大，並且收斂速度會變慢（參考圖 11），而燃料消耗會稍為增加。

但由圖 12 可知，較小的 γ 值可以將穩態誤差壓制得更小，而其實無限大的 γ 值也就相當於最小平方法的 LQR (linear quadratic regulator) 控制。

五、結論

非線性 H_∞ 控制系統可保證微衛星在遠離所設計的平衡點時，仍能保持控制能力，並不會因太空

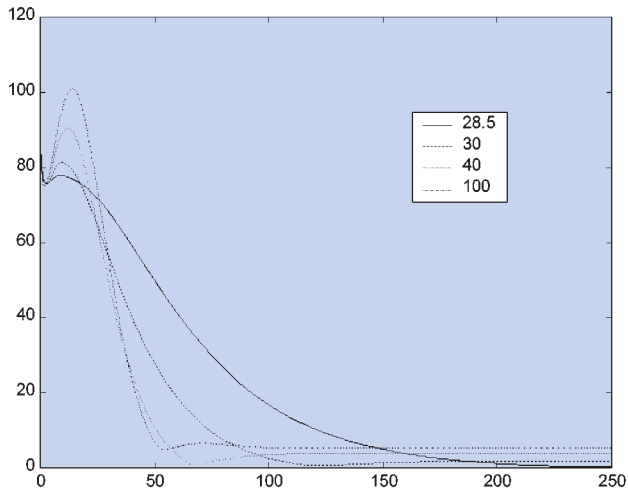


圖 11. z 軸姿態角。

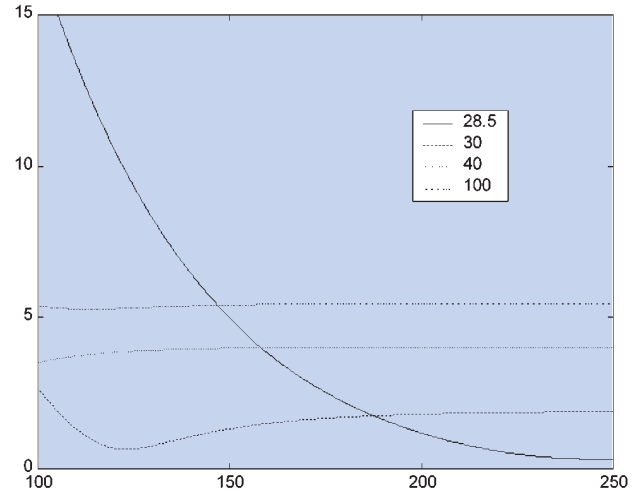


圖 12. z 軸姿態角穩態誤差。

環境的干擾及轉動慣量的改變，而有很大的變化，這也是強健性控制的特點。至於微衛星控制的收斂速度，可因任務需求的不同，經由調整系統輸出 z 的權重函數而加以改變。同樣地，也可藉由調整系統的抗干擾性能指標 γ 縮小穩態誤差，達到所需要的精確度。

參考文獻

1. A. R. Curtis, *Space Satellite Handbook*, 3rd ed., Gulf Publishing Company (1994).
2. J. R. Wertz, *Spacecraft Attitude Determination and Control*, Kluwer Academic Publishers (1978).
3. S. Janson, H. Helvajian, and K. Breuer, *30th AIAA Fluid Dynamics Conference*, 657 (1999).
4. M. Dalsmo and O. Egeland, *Proceedings of the 34th Conference on Decision & Control*, 3968 (1995).
5. A. J. van der Schaft, *IEEE Transactions on Automatic Control*, **37** (6), 770 (1992).