

微衛星星系覆蓋設計

本文以部份覆蓋低軌道衛星星系設計為主題，以較真實的橢球地球模型為假設，採用具有重複地面軌跡的圓形軌道作為候選的軌道，利用求解衛星的上升及下降的方法，設計的需求為衛星星系中，連續的每顆衛星可見的區間，進行微衛星星系的設計。

馬德明、徐文江

一、前言

近幾年來，由於微衛星的發展快速，使相同成本的衛星體積更小，但是功能卻更強。而近年來發射低軌道衛星技術的發展，也減低了低軌道衛星的成本。不但如此，更由於軌道高度低，縮短了與地面站的通信距離，相對提高了單位時間的傳輸量，也降低通信所需的能量。因此低軌道衛星之應用於太空任務之中也被廣泛地討論，而低地軌道衛星星系 (low earth orbit satellite constellations) 的設計問題也將更受到重視。

對於一個衛星星系而言，衛星的個數以及軌道的高度決定了衛星星系的成本，而衛星星系所能造成的覆蓋 (coverage) 則決定了衛星星系的性能。對於不同的任務需求，衛星星系所形成的時間覆蓋可分為下列兩類：

(1) 連續覆蓋 (continuous coverage)：此類衛星星系

的時間覆蓋特性為衛星於所能維持符合任務需求的時間內連續出現。也就是指於衛星星系的壽期之內，在衛星星系的覆蓋區域下，在任一時刻都有人造衛星出現於此覆蓋區域上空。

(2) 部分覆蓋 (partial coverage)：此類衛星星系的時間覆蓋特性為衛星於所能維持符合任務需求的時間內間隔出現，即人造衛星於衛星星系的壽期之內，以小於某個符合任務需求的時間間隔，輪流出現於覆蓋區域的上空。

若是以衛星星系所能提供的覆蓋區域來分，又可區分為：

(1) 全球覆蓋 (global coverage)：此類衛星星系的覆蓋區域為整個地球，譬如美國之衛星定位系統。

(2) 區域覆蓋 (zonal coverage)：此類衛星星系的覆蓋區域為地表上某個由任務需求所指定的區域。此特定區域可能是極區、赤道或是臺灣。

自從衛星星系設計的問題受到討論之後，最受討論的問題是到底最少需要多少衛星才能提供地球連續覆蓋。在 1969 年 Easton 和 Brescia⁽¹⁾ 分析了由兩個相互垂直的軌道所組成的衛星星系後發現，至少需要六個人造衛星才能提供地球連續覆蓋。

馬德明先生為美國密西根大學航太工程博士，現任淡江大學航空太空工程學系副教授。

徐文江先生為淡江大學機械工程工程學系碩士，現任中華航空公司工程師。

1970 年代 Walker⁽²⁻⁴⁾ 將衛星星系的型式加以擴張，使用更多的軌道而且將軌道傾角加以設計。他將衛星星系所需衛星的總數 T ，表示為衛星星系所用的軌道數 P ，乘上每一軌道上的衛星個數 S 。他並且限定軌道與軌道間距必須相等，除此之外，同一軌道上的衛星必須平均的分佈於軌道上。結果得出只要五個人造衛星即可提供地球連續覆蓋。也由於 Walker 的延續研究，使得 Walker 的衛星星系設計法成為設計衛星星系所共同參考的藍本。

1980 年代 Draim⁽⁵⁻⁷⁾ 建構出由四個人造衛星以橢圓軌道所組成的衛星星系，此衛星星系亦可提供地球連續覆蓋。而 Ballard⁽⁸⁾ 將 Walker 的衛星星系設計法，以更一般化的方式來設計，發展出形如花朵般的衛星星系 (rosette constellation)。正當幾乎所有的設計重點都集中在提供地球連續覆蓋的目標上時，在探討區域覆蓋及全球覆蓋的星系設計方面，1986 年 Rider⁽⁹⁾ 發展提供區域覆蓋衛星星系的設計方法；1990 年 Hanson 以及 Higgins⁽¹⁰⁾ 將衛星星系選用地球同步軌道來設計，其地表覆蓋的區域從全球到區域皆有討論；Lang^(11,12) 進行全球覆蓋的星系進行設計。

由於低軌道衛星的種種特性，使低軌道衛星星系的設計需求增加。1992 年 Hanson、Evans 以及 Turner⁽¹³⁾ 等以時間線 (time line) 為設計依據，對部分覆蓋低軌道衛星星系的設計進行研究。而對於衛星星系設計問題的討論都侷限於正球型的地球模型，對於較真實的橢球模型尚未加討論。對於衛星星系的設計來說，不同組合也許可以達成相同的任務需求。然而使用的假設越少，所得到的設計就越接近實際。本文以部份覆蓋低軌道衛星星系設計為主題，利用 Hanson 等人時間線⁽¹³⁾ 的作法，並加入較真實的橢球地球模型，以更實際的假設條件，發展出有效率而且更準確的設計流程。

以本文所提供單一觀測點部份覆蓋所需的衛星星系設計方法為基礎，可發展出滿足多觀測點部份或連續覆蓋任務需求的衛星星系設計方法。參考文獻⁽¹⁴⁾ 所得到的以低地軌道衛星所組成的區域定位系統就是一個例子。

二、人造衛星的軌道特性

可供設計的參數為人造衛星的六個軌道參數，而為了簡化設計程序，本文對於軌道偏心率 (eccentricity), e ；軌道傾角 (inclination), i ；以及軌道的半長軸長度 (semi-major axis), a ；加上限制條件。因此軌道升交點 (ascending node) 經度, Ω ，就成為衛星星系的主要設計參數。至於軌道近地點參數 (argument of perigee), ω ，以及人造衛星通過近地的時間這兩個參數，則隨著不同的應用狀況而有所改變。

1. 軌道的地面軌跡

人造衛星的地面軌跡在衛星星系的設計條件上有著重要的地位。大多數的衛星星系設計都是以地面軌跡來畫出人造衛星或衛星星系的覆蓋區域進行設計⁽¹⁻¹²⁾。在本文中人造衛星軌道的地面軌跡所扮演的角色並不是用來描繪覆蓋區域，而是用來簡化設計步驟。以無重力擾動的地球模型為例，除了地球同步衛星之外，由於人造衛星繞地週期不同步於地球自轉週期，所以人造衛星的地面軌跡會隨著時間在地表移動。但若地球自轉週期為人造衛星繞地週期的整數，此時的地面軌跡將與先前的地面軌跡重複。由於本文採用較真實的橢球地球模型，並考慮重力擾動 J_2 的影響，所以無法以球面幾何學的方法設計，而必須以數值模擬的方式求得。利用地面軌跡重複的特性，則可簡化設計過程。

基於對低軌道衛星的設計需求，本文選擇軌道高度分別在 500、800 以及 1200 公里附近的人造衛星 (或每繞地球 15、14 以及 13 圈後，地面軌跡會重複) 作為設計的例子。

2. 軌道形狀

繞地衛星的軌道形狀有兩種選擇，一是圓形，其次是橢圓形。對於圓形軌道來說，軌道偏心率為零，所以近地點參數對圓形軌道而言是無意義而且也無法定義的，因此地球重力場的擾動力對近地點參數的影響也無基礎可循。如此一來，就少了一個參數，而無法表達衛星的正確位置，因此以平均近地點離角 (mean anomaly), M ，的初始值代替，並等

於圓形軌道的真實近點離角 (true anomaly), θ , 也簡化重複地面軌跡的設計問題。

對於橢圓形軌道而言, 為了消除近地點擾動的現象, 必須限制橢圓形軌道的軌道傾角為 63.43 或 -63.43 度, 才能達到於一天之內繞地數圈後, 地面軌跡會重複的效果。由於橢圓形軌道的軌道傾角限制太多, 相對的可選擇的軌道太少, 所以本文只採用圓形軌道進行設計。

3. 軌道傾角

在前言中已提到, 大多數的衛星星系將以具有相同軌道傾角的數個軌道平面進行設計, 如此將軌道傾角單一化的好處有兩個:

- (1) 將衛星星系的設計變數大量減少。例如使用 N 個軌道平面的衛星星系, 本來應該有 N 個軌道傾角需要設計, 若假設軌道傾角相同, 則只有一個軌道傾角需要設計。
- (2) 使不同軌道平面具有相同的軌道特性, 以簡化設計程序。不同的軌道傾角會影響由地球重力擾動所造成軌道參數的變化。不同傾角的軌道平面之間, 會因為近地點移動的角速度不同, 而造成軌道平面間的相對運動, 使衛星星系的幾何形狀改變, 因此造成衛星星系的覆蓋條件隨時間而改變, 而大幅增加了模擬與設計的複雜程度。

因為上述的理由, 所以本文採用相同的軌道傾角來進行設計。

4. 軌道的其它參數

前文中討論了本文設計衛星星系所用的軌道參數, 除了軌道高度、軌道形狀、近地點參數、升交點參數以及軌道傾角外, 還有一個軌道參數未討論, 那就是人造衛星通過近地點的時間。由於本文針對衛星星系的幾何形狀進行設計, 並不考慮衛星出現於觀測點上空的實際時間, 所以對於人造衛星通過近地點的時間並不需要精確的描述, 而在本文的模擬過程中, 人造衛星通過近地點的時間皆設為零。

三、設計步驟

1. 重複地面軌跡

由第二節中的定義, 本文假設以一天內繞地 N_{rep} 圈後地面軌跡會重複的圓形軌道衛星來設計, 則必須滿足下列條件: 假設地面軌跡的重複時間區間 (repeating time) 為 T_{rep} , 地球自轉的角速率為 ω_e , 若要使軌道升交點於時間經過重複時間區間後重疊, 則

$$T_{\text{rep}}(\omega_e - \dot{\Omega}) = 2\pi \quad (1)$$

$$\omega_e - \dot{\Omega} = \frac{2\pi}{T_{\text{rep}}} = \frac{2\pi}{N_{\text{rep}}\tau} = \frac{\bar{n}}{N_{\text{rep}}}$$

上式中 \bar{n} 為軌道平均速率, 可以由下式求得:

$$\bar{n} = \sqrt{\frac{\mu}{a_0^3}} \left[1 + \frac{3}{2} \frac{J_2 R^2}{a_0^2 (1-e^2)^2} \left(1 - \frac{3}{2} \sin^2 i \right) \sqrt{1-e^2} \right] \quad (2)$$

重力擾動 J_2 對軌道升交點經度的影響為:

$$\dot{\Omega} = -\frac{3}{2} \frac{J_2 R^2}{a_0^2 (1-e^2)^2} \bar{n} \cos i \quad (3)$$

根據 WGS84⁽¹⁵⁾, 第 (2) 及 (3) 式中, 重力擾動 $J_2 = 108263 \times 10^{-8}$, 地球重力場常數 $\mu = 3.986005 \times 10^5 \text{ km}^3/\text{s}^2$, 平均地球半徑 $R = 6371.0087714 \text{ km}$ 。將 (1) 及 (3) 代入 (2) 並經過簡化可得以下方程式:

$$f(a_0) = \frac{N_{\text{rep}} \omega_e}{\sqrt{\mu}} a_0^{3/2} - (k_1 - N_{\text{rep}} k_2) a_0^{-2} + N_{\text{rep}} k_1 k_2 a_0^{-4} - 1 = 0 \quad (4)$$

式中

$$k_1 = \frac{3}{2} J_2 R^2 \left(1 - \frac{3}{2} \sin^2 i \right)$$

$$k_2 = \frac{3}{2} J_2 R^2 \cos i$$

式中只存在一未知變數 a_0 , 求得式子的解即可得到

表 1. 軌道高度 (km) 與軌道傾角 (度) 的關係。

i	$N_{rep} = 15$	$N_{rep} = 14$	$N_{rep} = 13$	i	$N_{rep} = 15$	$N_{rep} = 14$	$N_{rep} = 13$
0	469.586	806.672	1184.443	50	499.640	832.868	1207.046
5	469.896	806.941	1184.674	55	505.672	838.160	1211.643
10	470.827	807.748	1185.365	60	512.158	843.861	1216.608
15	472.374	809.090	1186.517	65	519.060	849.941	1221.914
20	474.531	810.963	1188.125	70	526.337	856.365	1227.533
25	477.292	813.361	1190.187	75	533.942	863.093	1233.432
30	480.644	816.277	1192.698	80	541.824	870.081	1239.573
35	484.574	819.700	1195.649	85	549.928	877.281	1245.915
40	489.064	823.617	1199.032	90	558.195	884.641	1252.412
45	494.094	828.013	1202.836				

一天之內以圓軌道繞地 N_{rep} 週，並且具重複地面軌跡的人造衛星軌道半長軸。式 (4) 之中所需指定的係數如 N_{rep} 為 15、14 或 13，而軌道傾角的範圍則介於九十度與零度之間。表 1 為不同軌道傾角在不同的地面軌跡重複條件下 (不同的 N_{rep})，所對應的軌道高度。

2. 求解時間線

由前文所述，本文以時間線 (time line) 為基準，做為設計衛星系的依據。而時間線即為人造衛星對於某地面觀測點所能造成的時間覆蓋特性指標。同樣地，由一組人造衛星的時間線所組成的時間線，即為此衛星系對某地面觀測點所能造成的

時間覆蓋特性指標。事實上，時間線是由數個線段所組成的一條虛線。在時間線上，線段即代表人造衛星的可見時間區間 (pass time)，反過來說，空白部份即代表人造衛星的不可見時間區間 (gap time)，而整條時間線的長度即為人造衛星的地面軌跡重複時間區間 (repeating time)。

人造衛星於何時可見、可見區間多長、可見區間間隔多久、以及地面軌跡重複時間區間的長度，都可由時間線完整而且明顯的表達出來。

(1) 時間線方程式

由於人造衛星繞完地球一圈之後，並不會和原出發點相重合，造成其地面軌跡不封閉，也就是其地面軌跡不形成大圓，所以不可以球面幾何學求得時間線。因此必須解時間線方程式才得出時間線。由圖 1，可得出由觀測點觀測人造衛星的視線向量如下：

$$\mathbf{r}_{los} = \mathbf{r}_{sat} - \mathbf{r}_{obs} \quad (5)$$

若 \mathbf{z}_{obs} 為地面觀測點的天頂單位向量 (zenith unit vector)，則人造衛星的仰角 (elevation angle)， E ，為：

$$E = \sin^{-1} \left(\frac{\mathbf{r}_{los} \cdot \mathbf{z}_{obs}}{|\mathbf{r}_{los}|} \right) \quad (6)$$

假設觀測點由於周圍地形所造成的最小可視仰角為

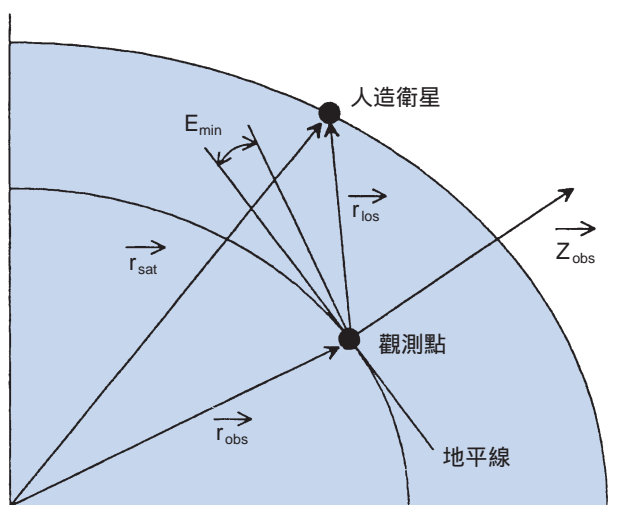


圖 1. 可視仰角方程式幾何示意圖。

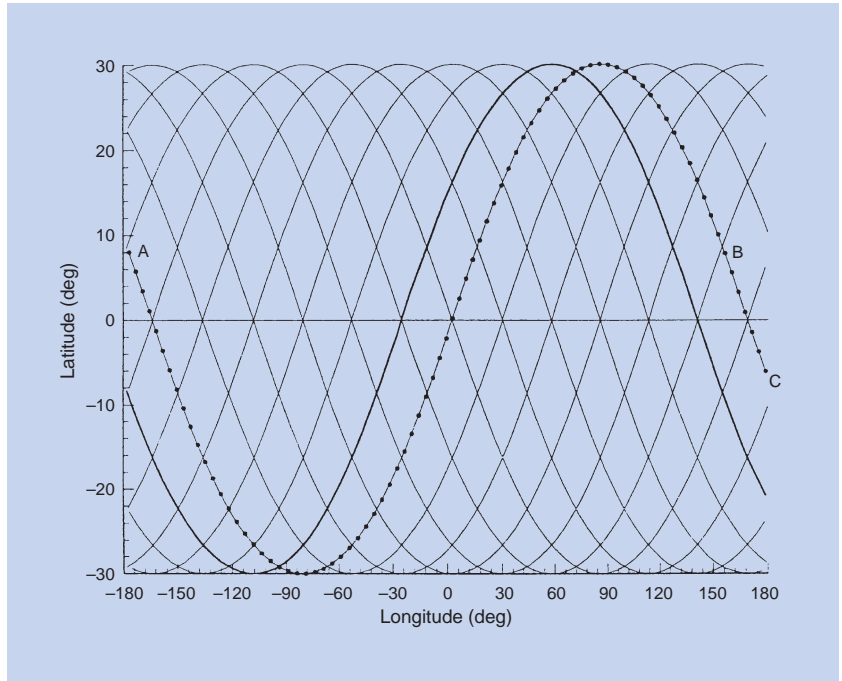


圖 2.
人造衛星的地面軌跡。

E_{\min} ，若存在人造衛星的可見區間，則必須滿足以下條件⁽¹⁶⁾：

$$f(t) = E - E_{\min} \geq 0 \quad (7)$$

當 $f(t) = 0$ 時，則為人造衛星剛好出現 (rise) 或剛好落下 (set) 的時間，因此解出 $f(t) = 0$ 的解即可得到時間線。

(2) 求解流程

由物理現象來看，只要是存在 k 個人造衛星的可見區間，就表示時間線方程式必須存在 $2k$ 個解，因此求解時間線便成為解函數多重根的問題。由於時間線方程式相當複雜，而本文所定義的地面軌跡重複時間區間都接近二十四小時，若以一般逐點搜尋的做法，非常耗費時間而且又可能會漏掉某些解。所以必須針對時間線函數的物理特性著手，以特殊的求解流程才能迅速而又正確地求出所有的解⁽¹⁶⁻¹⁸⁾。

若是存在人造衛星的可見時間區間，則人造衛星的可見仰角，隨著時間的變化是由負轉為正 (人造衛星升起)，然後繼續升高到達最大可見仰角，接著下降直到可見仰角由正轉為負 (人造衛星落

下)。由此程序可知在人造衛星的可見時間區間中，只要得到最大可見仰角發生的時間，就可以向發生最大仰角以前的時間得到人造衛星升起的时间，同理也可向發生最大仰角以後的時間得到人造衛星落下的時間。在整個地面軌跡重複時間區間之中，則不斷地重複上述過程，因而產生數個人造衛星的可見時間區間。但是如果人造衛星的最高仰角為負的，則人造衛星在不可見時間區間中，也就得不到解。

由式 (1) 的物理意義可得知，當人造衛星繞地 N_{rep} 圈之後，其軌道升交點正好繞地一圈。如此一來，從地球表面就只會看到人造衛星繞地 $N_{\text{rep}} - 1$ 圈。而少掉的那一圈，即是由於地球自轉以及軌道升交點擾動 (J_2 影響)，造成軌道相對於地表的旋轉而抵消。

以一個繞地十三圈地面軌跡會重複的人造衛星以及緯度 30 度、最低可見仰角 0 度的例子來說，其地面軌跡表示於圖 2，而在圖 2 中有點的線為一個人造衛星的地面軌跡，人造衛星由 A 運行至 B，此時人造衛星已繞地一圈 (相對於慣性座標系)，但是對於地理座標系而言，人造衛星必須運行至 C 才算繞完一圈，因此多運行了由 B 至 C 這段。當人造衛星繞完十三圈時，由地表看來人造衛星只繞

了十二圈，若是每圈只產生一次最大仰角，則也只有十二個最大仰角出現（圖 3），其中只有七個可見區間，因此其時間線為包含七個線段的虛線。

但是由於軌道傾角與觀測點緯度的相互關係非常複雜，一時無法找出由軌道傾角與觀測點緯度交互影響下，人造衛星產生最大仰角的次數的正確關係式。而經過三百次的模擬之後發現，當觀測點緯度與軌道傾角接近互為餘角關係，或是相加大於九十度時，其所產生的最大仰角發生次數為 N_{rep} 。而在觀測點緯度為九十度，軌道傾角為零度時，發生最大仰角的次數為零。而當觀測點緯度接近零度，軌道傾角接近九十度時，發生最大仰角的次數為 $N_{rep}+1$ 次。除上述狀況外，發生最大仰角的次數皆為 $N_{rep}-1$ 次。將所模擬的結果加入求解流程之中，以輔助 δT 的計算。

由以上的討論，可得到以下快速求解時間線的流程：

步驟一：設定常數值。在計算中所使用的常數有軌道地面軌跡重複時間 T_{rep} 、最大仰角發生的時間間隔 δT ($= T_{rep}/N_{rep}-1$ ，或 T_{rep}/N_{rep} ，或 $T_{rep}/(N_{rep}+1)$ ，或 T_{rep})、以及正球形地球假設的地面覆蓋角 (coverage angle), β ⁽¹³⁾。

步驟二：此步驟計算最大仰角，以及最大仰角所發生的時間。由於時間線方程式太複雜，以至於微分困難。所以使用的是不需微分就可求出目標函數極小值的 Brent 法⁽¹⁹⁾，其使用拋物線內差法 (parabolic interpolation method)，並配合黃金分割法 (golden section method)。由所給定的區間左值、中間值及右值，求出此區間中目標函數的極小值。第一次求最大仰角發生的時間，設定時間區間的左值為 0、中值為 $\delta T/2$ 、右值為 δt 。以後計算則以左值為 0、中值為 δt 、右值為 $t - 2\beta/\bar{n}$ 的時間區間代入計算。

步驟三：判斷最大仰角是否大於零。若小於零，則表示人造衛星不可見，則執行步驟五。否則執行步驟四。

步驟四：若最大仰角大於零，則表示人造衛星可

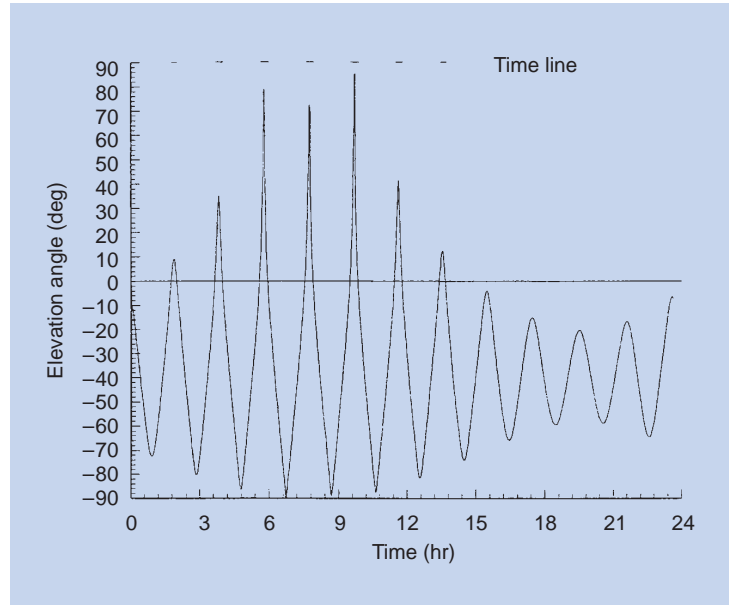


圖 3. 時間線函數與時間的關係。

見，就可解得人造衛星升起及落下的時間。同樣的，本文使用不必微分即可得解的 Van Wijngaarden-Dekker-Brent 法⁽¹⁹⁾，其結合了 root bracketing、bisection 以及 inverse quadratic interpolation 等方法。由所給定包含解的區間，則一定可求得存在於此區間的解。設時間區間介於 t_{max} 與 $t_{max} - 2\beta/\bar{n}$ 之間，則可解出人造衛星升起的时间，若介於 t_{max} 與 $t_{max} + 2\beta/\bar{n}$ 之間，則可解出人造衛星落下的時間。

步驟五：設定 $t = t_{max} + \delta T$ 。若 t 小於 T_{rep} 則執行步驟二，否則即表示所有解已得出，可以結束求解流程。

求解的流程圖繪於圖 4。

3. 時間線的組合

由於一條時間線可以代表一個人造衛星的特性，所以一組人造衛星可由其時間線組合來代替。而本文以時間線為設計依據，所以衛星星系的設計問題則轉變為不同時間線的排列組合問題。由於本文所設計之衛星星系中的衛星其軌道傾角皆相同。所以其軌道性質皆相同，若是經過巧妙的安排，則可使每個人造衛星產生型式相同但是位置不同的時

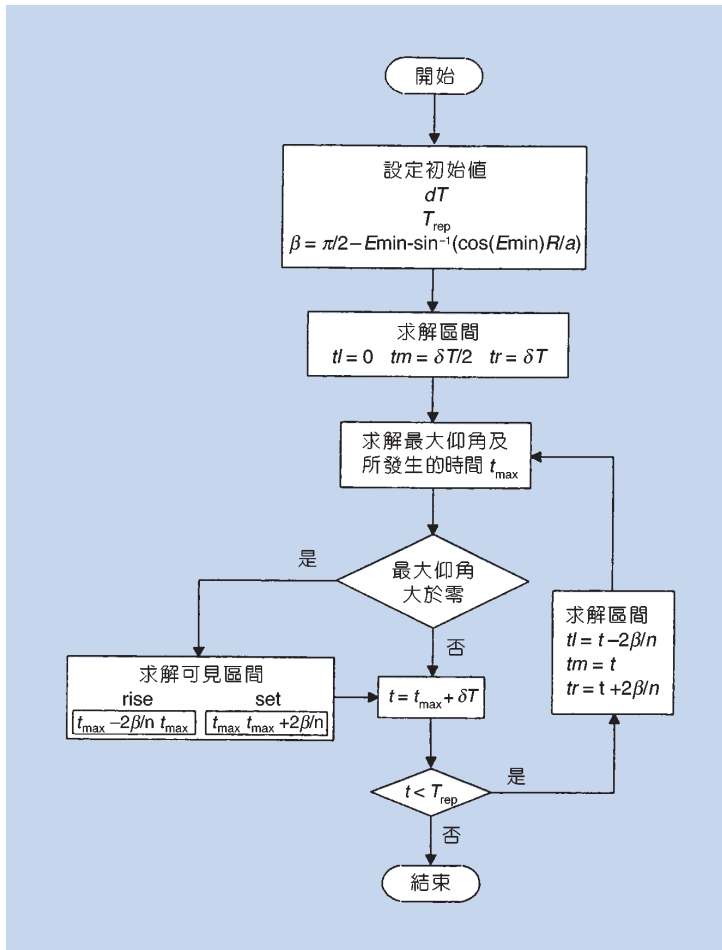


圖 4. 時間線的求解流程。

間線。也就是說衛星星系中不同衛星的時間線，都可以其中一個衛星的時間線作時間位移之後代替。因此不同時間線的排列組合問題可以進一步簡化為兩部份：

找到一條品質優良的時間線 其時間線所具有的最大不可視區間，為眾多時間線中的最小值。由於本文所指定的設計變數是包含軌道升交點以及軌道傾角。而不同的軌道傾角其所存在的衛星軌道性質不同，以致於時間線的性質也不同。所以本文是在軌道傾角相同的條件下，變化不同的升交點來選擇一條品質優良的時間線時。

以所找到的時間線為基準，經過時間位移後複製出多條時間線，並組合成一條符合任務需求的时间線。

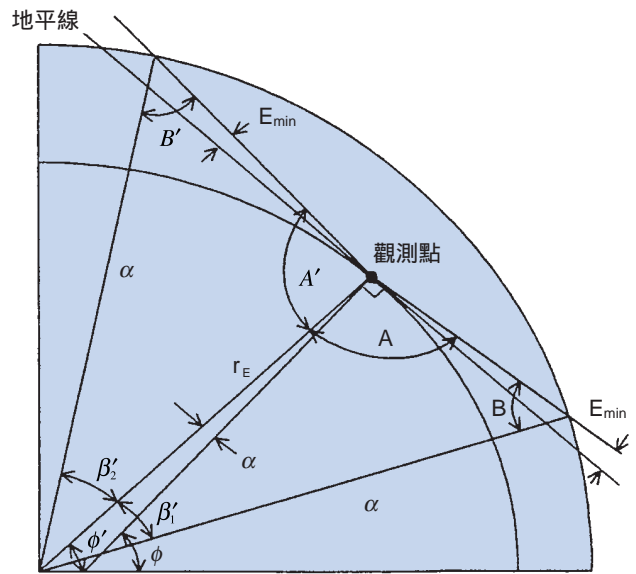


圖 5. 觀測點子午面上的衛星可視區間。

但是對於某些任務需求所要求的不可見時間區間較大，使衛星星系只要一個人造衛星就可達到任務需求，則時間線的選擇條件不同。因此在找尋品質優良的時間線時，任務的需求便成為最優先考慮的條件，只要時間線的最大不可見時間區間符合任務需求，就是一個品質優良的時間線。

由於時間線的不規則，使時間線組合的工作困難，若是想要找出最佳組合則是更加困難。如果以盲目的方式搜尋，則非常耗時，所以組合時間線必須以某些特殊的限制與方法才可增加設計的效率。

(1) 時間線所包含的設計訊息

由於時間線代表著一個人造衛星對某觀測點的時間覆蓋特性，所以時間線隱含了相當多的訊息可以利用為設計的依據。在本文中用以輔助衛星星系設計的時間線特性包括了有：最大不可見區間、次大不可見區間、可見區間的個數、可見區間時間總合以及地面軌跡重複時間區間。

以一個設於緯度 ϕ 、最小可視仰角為 E_{min} 的觀測點為例，發射一個軌道半長軸為 a 的人造衛星，則觀測點對於此高度的人造衛星形成一個可見區域，人造衛星的地面軌跡一進入此區域後，即表示觀測點可以觀測到人造衛星。以正球形地球的假設所得此區域的地心角為 β ，而對於橢球形地球則無

法得到一常數值可表示此區域，但是在觀測點子午線上的地心可視夾角 (β'_1, β'_2) 則可由幾何方法得出，其幾何圖形關係表示於圖 5，其可視夾角為：

$$\begin{aligned}\beta'_1 &= \pi - A - B \\ \beta'_2 &= \pi - A' - B'\end{aligned}\quad (8)$$

上式中

$$A = \phi - \phi' + \frac{\pi}{2} + E_{\min}$$

$$B = \sin^{-1}\left(\frac{r_E}{a} \sin A\right)$$

$$A' = \phi' - \phi + \frac{\pi}{2} + E_{\min}$$

$$B' = \sin^{-1}\left(\frac{r_E}{a} \sin A'\right)$$

利用觀測點子午面上的衛星可視地心夾角，可進一步將人造衛星的時間覆蓋特性區分為三類：

軌道傾角小於 $\phi' - \beta'_1$ - 人造衛星對觀測點不產生時間覆蓋。由於軌道傾角低於衛星可視區間下緣，以致於人造衛星和觀測點永遠互不相見，當然這種狀況是求不出時間線的。因此可將此段軌道傾角不計算。

軌道傾角介於 $\phi' + \beta'_2$ 與 $\phi' - \beta'_1$ 之間 人造衛星對觀測點會產生時間覆蓋，而其時間線由單一虛線所構成。而由於軌道傾角在此範圍內的人造衛星，在地面軌跡重覆區間的某一段時間內，人造衛星每繞地球一圈即通過觀測點上空一次，因此時間線由單一虛線所構成。以觀測點的角度來說，此類軌道傾角的人造衛星通常是從觀測點上空的西方 (或是西南、西北方) 升起，然後橫過觀測點上空，接著由觀測點東方 (或是東南、東北方) 落下。而當人造衛星橫過觀測點上空時，正好都是地面軌跡的緯度最高的一段，因此只可能造成由一段虛線所構成的時間線。而除了時間線的最大不可見時間區間之外，其它不可見時間區間所代表的意義是衛星連續兩次通過觀測點上空的時間間隔，若任

務所需的時間間隔小於次大不可見時間區間，則代表著在同一個衛星連續通過觀測點上空之間，必須有其它人造衛星通過觀測點，因此在此狀況下至少需要兩個以上的人造衛星進行設計。

軌道傾角介於 90 與 $\phi' + \beta'_2$ 之間 人造衛星對觀測點仍舊會產生時間覆蓋，但是其時間線是由兩條虛線所構成。由於軌道傾角高於衛星可見區間上緣，以致於單一軌道可造成兩次通過觀測點的機會，因而造成兩段虛線所構成的時間線。以觀測點的角度來說，此類軌道傾角的人造衛星以兩個方向通過觀測點上空。先是從觀測點上空的南方 (或是西南、東南方) 升起，然後以大約平行子午面的方向掠過觀測點上空，接著由觀測點北方 (或是西北、東北方) 落下。而另一個方向則剛好跟先前的方向相反。由於人造衛星的地面軌跡緯度最高的一段，剛好在觀測點的衛星可視範圍之外，所以當人造衛星由升交點往地面軌跡緯度最高的一段運行時，有可能掠過觀測點上；而當人造衛星從地面軌跡緯度最高的一段向降交點 (descending node) 運行時，也有可能掠過觀測點上空，因此造成由兩段虛線所構成的時間線。

軌道傾角在此範圍的人造衛星，隨著軌道傾角的增加，其最大不可見區間漸漸地接近次大不可見區間，但是可見區間的數目減少。而其次大不可見區間所代表的意義也隨著軌道傾角的增加，而由第二類中所描述的轉變為兩段虛線間的時間間隔。所以軌道傾角在此範圍的人造衛星，適合需求不可見區間較大的任務。

總括上述討論可發現，隨著軌道傾角從零度到九十度，時間線會從軌道傾角大於第一類之後出現，而於軌道傾角進入第三類之後時間線分裂為兩段虛線。

以一觀測點 ($\phi = 30^\circ, E_{\min} = 5^\circ$) 與一繞地 15 圈後地面軌跡會重複的人造衛星為例，其觀測點子午面的衛星可視地心角範圍為 13.10 度到 46.83 度之間。

(2) 組合時間線的規範與方法

本文以相同軌道傾角以及初始近地點離角為零

的條件下，單一最佳時間線為基本，將此時間線做時間位移，用以產生其它時間線加以組合的方式來設計衛星星系。設時間位移後時間線上第一次人造衛星升起的時間為 T_n ，當 $n = 0$ 時，則表示其為基本時間線。為了達到時間位移後的時間線與基本時間線有相同的特性，衛星的升交點參數與初始近地點離角必須遵循下列關係⁽¹³⁾：

$$\begin{aligned}(\Omega_0)_n &= \text{MOD}((\Omega_0)_0 + (T_n - T_0)(\omega_e - \dot{\Omega}), 2\pi) \quad (9) \\(M_0)_n &= \text{MOD}(2\pi - \text{MOD}((T_n - T_0), \tau)\bar{n}, 2\pi)\end{aligned}$$

對於時間線的排列方式，可分為下列兩種方式：

順序排列：此種排列方式所造成的最大不可見區間的最小值，必定等於基本時間線的次大不可見區間。所以當任務需求小於基本時間線的最大不可見區間但是大於次大不可見區間時，則應當選擇此種方式進行設計。使用順序排列時間線的方法所設計出的衛星星系，所需衛星的數目與時間線的時間位移則表示如下：

$$\begin{aligned}N_{\text{sat}} &= \text{INT}\left(\frac{T_{\text{rep}}}{T_{\text{rep}} - T_{G_{\text{max}}} + T_{G_{\text{des}}}}\right) + 1 \quad (10) \\ \Delta T &= \frac{T_{\text{rep}}}{N_{\text{sat}}} \\ T_n &= T_0 + n\Delta T, \quad n = 0, \dots, N_{\text{sat}} - 1\end{aligned}$$

將式 (10) 代入式 (9)，就可得出一組設計完整的衛星軌道參數。

交錯排列：由於有別的人造衛星填補不可見區間，所以使用交錯排列所設計的衛星星系，可以不斷地加入人造衛星，使其最大不可見區間可以持續減少，甚至等於零。所以若任務需求小於基本時間線的次大不可見區間，則此種排列方式是唯一的選擇。

由於時間線的每一個不可見時間區間都不相同，而每次人造衛星通過觀測點上空的時間也都不相同，所以並不容易找到最佳組合方法。因此在進行交錯排列時，本文將加入適當假設以減少設計變數。在進行交錯排列時，首先要預估所需使用的人造衛星個數，本文假設所有時間線其每一次衛星通

過觀測點的時間都相同，而且都平均分配在地面軌跡重複時間區間之內，如此排列可得到最有效益的組合。

若有人造衛星 N_{sat} 個，而每個人造衛星所產生的可見時間區間的時間總合為 T_{tp} ，以及可見區間個數 N_{pass} ，則不可見時間區間等於地面軌跡重複時間區間剪掉所有可見時間區間時間總合，將上述不可見時間區間平均分配在每個可見時間區間之間，則可得到最均勻分佈的不可見時間區間，而此區間必須小於任務需求所要求的不可見時間區間。利用上述假設所預估的人造衛星個數必須滿足下列條件：

$$N_{\text{sat}} = \text{INT}\left(\frac{T_{\text{rep}}}{T_{\text{tp}} - N_{\text{pass}} + T_{G_{\text{des}}}}\right) + 1 \quad (11)$$

假設交錯排列的時間位移間隔是採用式 (10) 的方式，也就是將時間線以相等間距位移。因此不論有多少個人造衛星，排列時間線所用的設計變數都可減少到只剩下 ΔT 一個。而在選擇 ΔT 時，為了避免不同的人造衛星通過觀測點上空的時間重疊，也就是希望人造衛星輪流通過觀測點上空，如此才能將每一次人造衛星通過的時間完全充分利用。也就是將每一個人造衛星時間線的第一個可見時間區間置於另一個人造衛星時間線的不可見時間區間之中，以確保可見時間區間不會相互重疊。所以 ΔT 的選取範圍設定如下：

$$T_{\text{set}_j} - T \leq \Delta T \leq T_{\text{set}_j} - T_0 + T_{G_j}, \quad j = 1, \dots, N_{\text{pass}} \quad (12)$$

式中下標 set_j 表示人造衛星第 j 次落下的時間，下標 G_j 表示第 j 個不可見時間區間。在式 (12) 中，包含數個區間，所以在設計過程中要將每個區間逐一搜尋，直到找出在此假設下的最佳組合。若是最佳組合尚不滿足任務需求，即表示先前預估的人造衛星數目不足，則將人造衛星的數目加一，然後再重複搜尋最佳組合，直到滿足任務需求為止。

4. 設計流程

對於每一個任務需求，設計者必須在最節省成

本的條件下，完成任務設計。對於軌道的選擇來說，使用衛星的數目是越少成本越低。而由於軌道傾角越接近發射基地緯度，則以相同的發射載具所能發射的酬載量越大，所以軌道傾角要盡量接近發射基地緯度以得到最大的好處。但是人造衛星的個數是最優先考慮的條件，所以在搜尋的過程中先達到減少人造衛星數目的目的地，然後再尋求達到最適當的軌道傾角。若是人造衛星數目相同，則軌道傾角要盡量接近發射基地的緯度。而本文最後所求的是在滿足任務需求之下，以最少的人造衛星數目、最適當的軌道傾角所組成的衛星星系。其設計流程(亦是時間線的排列流程)如圖 6 所示。

為了縮小搜尋區間以縮短設計時間，必須選擇適當的軌道傾角區間。在 3.1 節中本文將覆蓋特性依軌道傾角分為三類，而在設計過程之中本文將分別以觀測點的地心緯度 ϕ' 以及 $\phi' + 2\beta_2'$ 等兩個角，分別測試任務需求是否適合第二類或是第三類軌道傾角區間。其判斷如下：

若是任務需求介於第二類時間線的最大不可見區間與第三類時間線的最大不可見區間之間，則選用第三類時間線。

若是同時大於第二類與第三類時間線的最大不可見區間，則選用發射基地的地心緯度為軌道傾角。

除了上述所發生的狀況，皆採用第二類時間線。

四、結果與討論

1. 設計實例

將本文所述的方法，分別以不同的觀測點緯度、不同的最低可視仰角，以及不同的軌道高度代入設計。並將所得的結果與 Walker 的設計結果⁽¹³⁾相比較，表示於表 2 至表 6⁽²⁰⁾。表中排列方式 (meshing type) 欄，1 代表順序排列，2 代表交錯排列，0 代表僅需要一顆衛星就可以滿足需求；計算時間為在 Pentium 級個人電腦所需的時間。

2. 結論

(1) 由於在交錯排列的過程中，將時間線位移間距

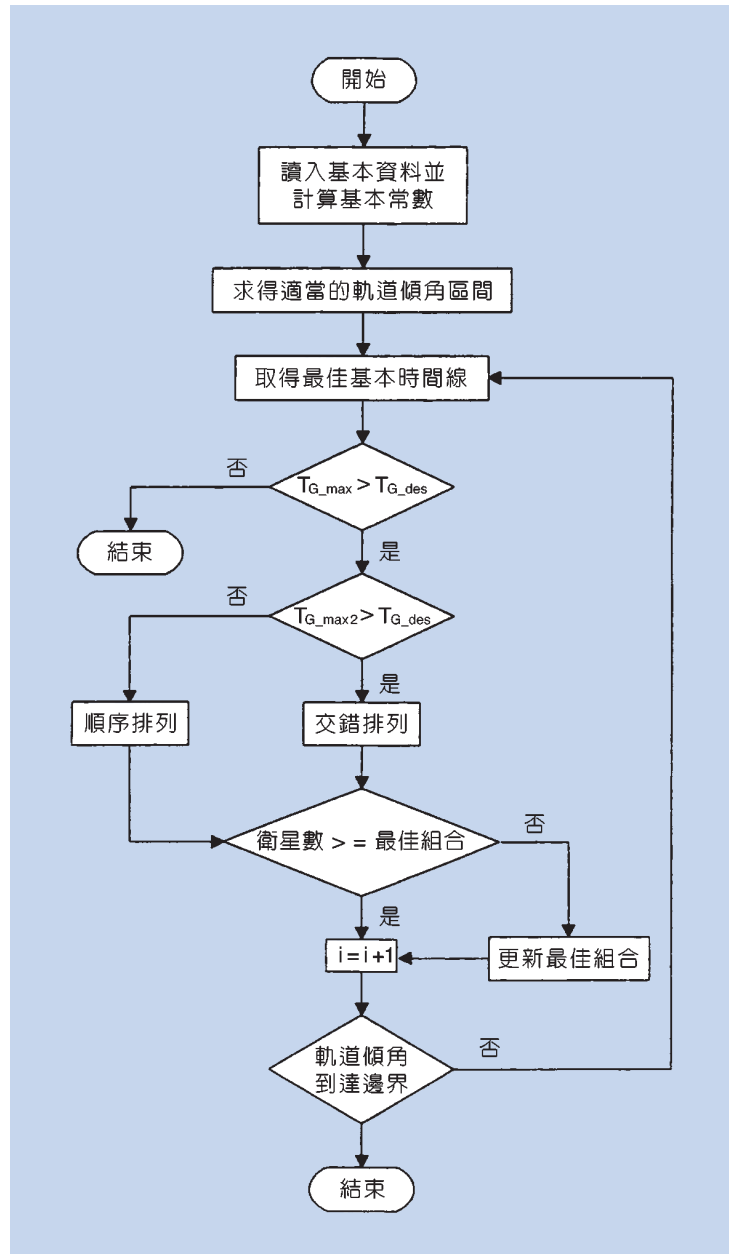


圖 6. 衛星組設計流程。

設定為等間距，此設定與 Walker 所使用的方法將衛星軌道等間距排列於赤道上，是具有相似的意義，所以所得的結果也非常相似。

- (2) 由於時間線是由向量計算而得，所以利用時間線來設計衛星星系可以得到相當準確的設計。只要找到適當的設計方法，則利用時間線來設計衛星星系是值得嘗試的方向。
- (3) 本文所使用的快速求解時間線的方法，是針對

表 2. 觀測點為經度 0 度、緯度 30 度、最小仰角 30 度之星系。

高度 (km)	最大不可見區間需求 (小時)	精確設計解							Walker 設計解				
		星系衛星個數	傾角 (度)	最大不可見區間 (小時)	升交點 (度)	初始平均近點離角 (度)	排列方式	計算時間 (分)	星系衛星個數	傾角 (度)	最大不可見區間 (小時)	T/P/F*	第一顆衛星升交點 (度) $M_0 = 0$
Near 500 (N = 15)	0.1	19	41	0.076	348, 25, 61, 98, 134, 171, 207, 244, 280, 317, 354, 30, 67, 103, 140, 176, 213, 24, 286	0, 172, 343, 155, 327, 138, 310, 121, 283, 105, 276, 88, 260, 71, 243, 55, 226, 38, 209	2	5.23	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
	0.5	7	35	0.47	348, 47, 106, 166, 225, 284, 343	0, 192, 25, 217, 50, 242, 75	2	3.5	7	38	0.5	7/7/4	10
	1	4	35	0.82	348, 78, 168, 258	0, 90, 180, 271	2	1.52	4	35	0.82	4/4/1	12
	2	2	35	1.79	348, 168	0, 180	1	1.47	2	35	1.79	2/2/1	12
	4	2	25	3.42	24, 204	0, 180	1	1.12	2	28	338	2/2/1	0
	6	2	20	5.05	276, 96	0, 180	1	1.35	2	28	338	2/2/1	0
	8	2	17	6.7	24, 204	0, 180	1	1.33	2	28	338	2/2/1	0
	12	1	52	11.99	216	0	0	1.15	1	52	12	N/A	0
	18	1	20	16.78	276	0	0	0.18	1	28	15.1	N/A	0
	24	1	14	21.73	24	0	0	0.05	1	28	15.1	N/A	0
Near 800 (N = 14)	0.1	15	39	0.088	302, 40, 138, 235, 333, 71, 169, 268, 4, 102, 200, 298, 36, 133, 231	0, 71, 142, 213, 283, 354, 65, 136, 207, 278, 349, 59, 130, 201, 272	2	3.76	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
	0.5	5	49	0.5	212, 140, 68, 356, 284	0, 287, 215, 142, 70	2	1.78	5	50	0.5	5/5/1	6
	1	4	28	0.82	302, 39, 135, 232	0, 88, 178, 267	2	1.5	4	29	1	4/2/2	6
	2	2	28	1.67	302, 122	0, 0	1	1.4	2	28	1.67	2/2/0	19
	4	2	17	2.77	212, 32	0, 360	1	1	2	28	1.67	2/2/0	19
	6	2	12	4.54	302, 122	0, 360	1	0.85	2	28	1.67	2/2/0	19
	8	2	10	6.31	212, 32	0, 0	1	0.8	2	28	1.67	2/2/0	19
	12	1	48	11.15	212	0	0	1.17	1	49	11.14	N/A	6
	18	1	12	163	302	0	0	0.15	1	28	12.79	N/A	19
	24	1	8	19.9	302	0	0	0.05	1	28	12.79	N/A	19
Near 1200 (N = 13)	0.1	13	48	0.097	0, 155, 310, 104, 259, 54, 207, 3, 158, 313, 108, 262, 57	0, 148, 296, 84, 232, 20, 168, 316, 104, 252, 40, 188, 336	2	4.76	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
	0.5	5	50	0.49	180, 102, 24, 307, 229	0, 291, 222, 153, 85	2	2.57	5	55	0.5	5/5/1	0
	1	4	20	0.88	166, 241, 316, 31	0, 103, 206, 309	2	1.62	4	28	0.8	4/2/2	0
	2	2	8	1.97	346, 166	0, 180	1	0.85	2	28	1.74	2/2/0	0
	4	2	5	3.9	166, 346	0, 180	1	0.78	2	28	1.74	2/2/0	0
	6	2	3	5.9	346, 166	0, 180	1	0.72	2	28	1.74	2/2/0	0
	8	2	3	5.9	346, 166	0, 180	1	0.75	2	28	1.74	2/2/0	0
	12	1	20	11.89	166	0	0	0.45	1	28	11.86	N/A	0
	18	1	3	17.69	346	0	0	0.017	1	28	11.86	N/A	0
	24	1	3	17.69	346	0	0	0.017	1	28	11.86	N/A	0

* T: 衛星個數, P: 軌道數目, F: 相鄰軌道上衛星的間隔

一天之中地面軌跡重複整數次的人造衛星而設計的。若是對於數天之中地面軌跡重複整數次的人造衛星，亦可得到快速求解時間線的方法，則使衛星星系設計的軌道選擇可以涵蓋所有高度的人造衛星。

(4) 軌道傾角的選擇與軌道高度的取捨，是需要相當多的經驗與資訊才能解決的，若能找出相互

關係，或是有資料可循，則可得到較好的結果。

(5) 交錯排列的方法將時間線等間距排列，是一個方便但不經濟的方法。若是尋得此法則可得到最佳的設計。

(6) 由於完整的設計出一個衛星星系並不容易，若每遇到一次任務都重新設計，是非常不划算

表 3. 觀測點為經度 0 度、緯度 30 度、最小仰角 30 度之星系。

高度 (km)	最大不可見區間需求 (小時)	精確設計解							Walker 設計解				
		星系衛星個數	傾角 (度)	最大不可見區間 (小時)	升交點 (度)	初始平均近點離角 (度)	排列方式	計算時間 (分)	星系衛星個數	傾角 (度)	最大不可見區間 (小時)	T/P/F*	第一顆衛星升交點 (度) $M_0 = 0$
Near 500 (N = 15)	0.1	42	34	0.095	12, 22, 32, 41, 51, 61, 71, 80, 90, 100, 110, 20, 129, 139, 149, 159, 168, 179, 188, 198, 208, 217, 227, 237, 247, 256, 266, 276, 286, 296, 305, 315, 325, 335, 345, 354, 4, 14, 24, 33, 43, 53,	0, 213, 67, 280, 133, 347, 200, 53, 266, 120, 333, 186, 40, 253, 106, 320, 173, 26, 239, 93, 306, 159, 13, 226, 79, 293, 146, 359, 212, 66, 279, 132, 346, 199, 52, 266, 119, 332, 185, 39, 252, 105	2	7.4	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
	0.5	12	34	0.43	12, 70, 128, 186, 244, 301, 359, 57, 115, 173, 231, 289,	0, 212, 63, 275, 126, 338, 189, 41, 253, 104, 316, 167	2	0.88	11	34	0.45	11/11/17	12
	1	6	34	0.84	12, 76, 140, 205, 269, 333	0, 117, 235, 652, 110, 227	2	0.68	7	33	0.94	7/7/2	0
	2	3	34	1.62	12, 132, 252	0, 0, 0	1	1.12	3	34	1.62	3/3/0	12
	4	3	29	2.83	28848, 168	0, 0, 0	1	0.9	3	29	2.84	3/3/0	0
	6	2	34	5.1	12, 192	0, 180	1	1.08	2	34	5.91	2/2/0	12
	8	2	29	6.75	288, 108	0, 180	1	0.9	2	29	7.56	2/2/0	0
	12	2	24	11.72				0.75	2	28	9.2	2/2/0	
	18	1	34	16.86	12	0	0	0.28	1	34	16.86	N/A	12
	24	1	24	23.45	276	0	0	0.017	1	28	20.13	N/A	8
Near 800 (N = 14)	0.1	29	36	0.09	122, 159, 196, 234, 271, 308, 345, 26, 60, 97, 135, 171, 208, 246, 283, 321, 358, 35, 72, 109, 147, 184, 221, 258, 296, 333, 10, 47, 85	0, 199, 37, 236, 74, 273, 112, 311, 149, 348, 187, 26, 224, 63, 262, 100, 299, 138, 336, 175, 14, 212, 51, 250, 88, 287, 126, 325, 163	2	5.77	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
	0.5	10	33	0.5	122, 158, 194, 230, 266, 302, 338, 14, 50, 86	0, 216, 72, 288, 144, 0, 216, 72, 289, 145	2	0.87	10	34	0.5	10/10/6	19
	1	6	31	0.88	302, 11, 80, 149, 218, 287	0, 144, 228, 342, 196, 210	2	0.88	6	32	0.83	6/3/2	19
	2	3	31	1.73	302, 62, 182	0, 120, 240	2	1	3	32	1.72	3/3/1	19
	4	3	26	2.44	212, 332, 92	0, 120, 240,	1	0.85	3	28	3.01	3/3/0	2
	6	2	31	4.61	302, 122	0, 360	1	1	2	32	4.59	2/2/0	19
	8	2	26	6.37	212, 32	0, 360	1	0.83	2	28	6.35	2/2/0	6
	12	2	21	9.95	212, 32,	0, 360	1	0.7	2	28	6.35	2/2/0	6
	18	1	31	16.39	302	0	0	0.23	1	32	16.38	N/A	19
	24	1	21	21.71	212	0	0	0.03	1	28	18.12	N/A	6
Near 1200 (N = 13)	0.1	25	40	0.09	346, 60, 135, 209, 283, 357, 72, 146, 221, 295, 9, 84, 158, 232, 307, 21, 96, 170, 244, 319, 33, 107, 182, 256, 331	0, 113, 226, 339, 92, 205, 318, 71, 184, 297, 50, 163, 277, 30, 143, 256, 9, 122, 235, 348, 101, 214, 327, 80, 194	2	6	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
	0.5	9	44	0.43	180, 216, 253, 290, 327, 3, 40, 77, 114	0, 242, 124, 7, 249, 131, 14, 256, 138	2	1.31	10	34	0.46	10/10/2	7
	1	5	31	0.99	166, 238, 310, 22, 94,	0, 144, 288, 72, 216	2	1.08	5	32	0.99	5/5/2	0
	2	3	23	1.99	346, 106, 226	0, 240, 120	1	0.82	3	28	1.94	3/3/2	13
	4	2	30	3.99	346, 166	0, 180	1	1	2	30	4	2/2/1	0
	6	2	23	5.93	346, 166	0, 180	1	0.9	2	28	5.87	2/2/1	13
	8	2	19	5.93	346, 166	0, 180	1	0.7	2	28	5.87	2/2/0	13
	12	1	84	10.38	14	0	0	1.92	1	84	10.38	N/A	14
	18	1	23	17.73	346	0	0	0.13	1	28	17.68	N/A	13
	24	1	19	19.69	166	0	0	0.02	1	28	17.68	N/A	13

表 4. 觀測點為經度 0 度、緯度 50 度、最小仰角 5 度之星系。

高度 (km)	最大不可見區間需求 (小時)	精確設計解							Walker 設計解				
		星系衛星個數	傾角 (度)	最大不可見區間 (小時)	升交點 (度)	初始平均近點離角 (度)	排列方式	計算時間 (分)	星系衛星個數	傾角 (度)	最大不可見區間 (小時)	T/P/F*	第一顆衛星升交點 (度) $M_0 = 0$
Near 500 (N = 15)	0.1	18	57	0.093	348, 9, 31, 52, 73, 94, 116, 137, 158, 180, 201, 222, 243, 265, 286, 307, 329, 350	0, 41, 81, 122, 163, 204, 244, 285, 326, 6, 47, 88, 128, 169, 210, 251, 291, 332	2	4.87	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
	0.5	7	55	0.48	84, 174, 264, 354, 317, 16, 74	0, 204, 49, 253, 98, 302, 146	2	2.05 (17.1) ^a	6	64	0.47	6/2/1	0
	1	4	55	0.92	84, 264	0, 89, 178, 268	2	1.93 (2.6)	4	55	0.92	4/4/1	12
	2	2	55	1.98	216, 36	0, 180	1	1.76	2	55	1.99	2/2/1	12
	4	2	48	3.57	204, 24	0, 180	1	1.55	2	48	3.58	2/2/1	0
	6	2	42	5.19	288, 108	0, 180	1	1.32	2	42	5.98	2/2/0	0
	8	2	38	6.81	12	0, 180	1	1.15	2	38	7.61	2/2/0	0
	12	1	74	10.7	204	0	0	1.53	1	74	10.71	N/A	12
	18	1	42	16.97	276	0	0	0.32	1	42	16.98	N/A	12
	24	1	33	23.48		0	0	0.017 (0.2)	1	33	23.49	N/A	0
Near 800 (N = 14)	0.1	15	63	0.089	212, 118, 23, 289, 195, 100, 6, 272, 178, 83, 349, 255, 160, 66, 332	0, 240, 121, 1, 241, 122, 2, 243, 123, 3, 244, 124, 4, 245, 125	2	5.43	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
	0.5	5	73	0.47	302, 14, 86, 158, 230	0, 72, 144, 217, 289	2	2.4	5	73	0.47	5/5/1	19
	1	3	73	0.89	302, 62, 182	0, 120, 240	2	2.15	3	73	0.9	3/3/1	19
	2	2	52	1.61	302, 122	0, 0	1	1.63	2	52	1.62	2/2/0	19
	4	2	43	2.97	212, 32	0, 0	1	1.33	2	43	2.98	2/2/0	6
	6	2	37	4.69	122, 302	0, 0	1	1.15	2	37	4.7	2/2/0	19
	8	2	32	6.46	32, 212	0, 360	1	0.98	2	32	6.43	2/2/0	7
	12	1	62	11.41	212	0	0	1.17	1	62	11.42	N/A	6
	18	1	37	16.48	122	0	0	0.27	1	37	16.49	N/A	19
	24	1	27	23.53	302	0	0	0.03	1	28	21.74	N/A	5
Near 1200 (N = 13)	0.1	11	60	0.1	0, 93, 186, 279, 12, 105, 198, 291, 24, 117, 210	0, 231, 103, 334, 205, 77, 308, 179, 51, 282, 153,	2	4.52	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
	0.5	5	71	0.5	180, 103, 25, 308, 230	0, 287, 214, 141, 68	2	2.38	5	72	0.5	5/5/3	25
	1	3	73	0.92	0, 100, 201	0, 134, 267	2	2.22	3	73	0.95	3/3/1	0
	2	2	50	1.72	0, 180	0, 180	1	1.58	2	50	1.73	2/2/0	0
	4	2	40	2.24	346, 166	0, 180	1	1.28	2	40	3.13	2/2/0	0
	6	2	28	5.99	346, 166	0, 180	1	0.92	2	28	6	2/2/1	13
	8	1	84	6.94	180	0	0	1.85	1	84	6.94	N/A	14
	12	1	61	10.49	180	0	0	1.13	1	62	10.46	N/A	14
	18	1	28	17.8	346	0	0	0.15	1	28	17.81	N/A	13
	24	1	22	23.6	166	0	0	0.017	1	28	17.81	N/A	13

的。若能配合資料庫的建立，將先前的設計結果加入往後的設計之中，當作判斷的依據或是搜尋的初始值，則可大大的提升設計的效率與附加價值。

以本文針對提供單一觀測點部份覆蓋所需的衛星星系設計方法為基礎，可發展出滿足多觀測點部份或連續覆蓋任務需求的衛星星系設計方法，而不限於低地軌道的衛星星系。

參考文獻

1. W. J. Larson and Wertz, R. (editors), *Space Mission Analysis and Design*, 2nd ed., Microcosm Inc. and Kluwer Academic Publisher (1991).
2. J. G. Walker, *Circular Orbit Patterns Providing Whole Earth Coverage*, Royal Aircraft Establishment Technical Report No. 70211, Nov. (1970).
3. J. G. Walker, *Continuous Whole-Earth Coverage by Circular-Orbit Satellite Patterns*, Royal Aircraft Establishment Technical

表 5. 觀測點為經度 0 度、緯度 50 度、最小仰角 30 度之星系。

		精確設計解							Walker 設計解				
高度 (km)	最大不可見區間需求 (小時)	星系衛星個數	傾角 (度)	最大不可見區間 (小時)	升交點 (度)	初始平均近點離角 (度)	排列方式	計算時間 (分)	星系衛星個數	傾角 (度)	最大不可見區間 (小時)	T/P/F*	第一顆衛星升交點 (度) $M_0 = 0$
Near 500 (N = 15)	0.1	41	55	0.095	348, 51, 113, 176, 239, 301, 4, 67, 129, 192, 255, 317, 20, 83, 145, 208, 271, 334, 36, 99, 162, 224, 287, 350, 52, 115, 178, 240, 303, 6, 68, 131, 194, 256, 319, 22, 84, 147, 210, 272, 335	0, 140, 280, 60, 199, 339, 119, 259, 39, 179, 318, 98, 238, 18, 158, 298, 77, 217, 357, 137, 277, 57, 196, 336, 116, 256, 36, 176, 315, 95, 235, 15, 155, 295, 74, 214, 354, 134, 274, 54, 193	2	10.88	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
	0.5	11	54	0.48	12, 45, 78, 110, 143, 176, 209, 241, 274, 307, 340	0, 229, 97, 326, 195, 63, 292, 161, 29, 258, 126	2	1.23 (53) ^a	11	55	0.48	11/11/7	12
	1	6	54	0.95	12, 72, 132, 192, 252, 312	0, 180, 1, 181, 2, 182	2	1.05 (0.8)	6	55	0.95	6/6/3	12
	2	3	54	1.6	12, 132, 252	0, 360, 360	2	1.68	3	55	1.6	3/3/10	12
	4	3	50	2.92	24, 144, 264	0, 0, 0	1	1.47	3	50	2.92	3/3/0	0
	6	2	54	5.24	12, 192	0, 180	1	1.63	2	55	5.23	2/2/1	12
	8	2	50	6.85	24, 204	0, 180	1	1.47	2	50	7.66	2/2/0	0
	12	2	44	10.13	288, 108	0, 180	1	1.18	2	44	11.77	2/2/1	8
	18	1	54	17.06	12	0	0	0.47	1	55	17.06	N/A	11
	24	1	44	21.92	288	0	0	0.05 (0.2)	1	44	23.55	N/A	7
Near 800 (N = 14)	0.1	33	56	0.097	328, 339, 351, 2, 13, 24, 36, 47, 58, 69, 81, 92, 103, 114, 126, 137, 148, 159, 171, 182, 193, 205, 216, 227, 238, 250, 261, 272, 283, 295, 306, 317, 328	0, 202, 45, 247, 89, 292, 134, 336, 179, 21, 223, 66, 268, 110, 313, 155, 357, 200, 42, 244, 87, 289, 131, 334, 176, 18, 221, 63, 265, 108, 310, 182, 355	2	633	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
	0.5	10	60	0.42	32, 132, 232, 332, 72, 172, 272, 12, 112, 212	0, 40, 80, 120, 160, 200, 240, 280, 319, 359	2	1.55	11	56	0.5	11/11/7	10
	1	5	60	0.86	32, 99, 165, 232, 299	0, 147, 293, 80, 227	2	1.62	6	52	0.84	6/3/2	19
	2	3	52	1.7	328, 88, 208	0, 120, 240	2	1.55	3	52	1.71	3/3/1	19
	4	2	60	3.01	32, 212	0, 0	1	1.87	2	60	3.01	3/3/1	6
	6	2	52	4.75	328, 148	0, 0	1	1.55	2	52	4.76	2/2/0	19
	8	2	47	6.49	32, 212	0, 5	1	1.33	2	47	6.49	2/2/0	6
	12	1	80	11.51	32	0	0	1.62	1	80	11.51	N/A	6
	18	1	52	16.59	328	0	0	0.48	1	52	16.6	N/A	19
	24	1	40	23.59	302	0	0	0.033	1	43	21.82	N/A	6
Near 1200 (N = 13)	0.1	26	56	0.088	0, 107, 215, 322, 70, 177, 285, 32, 140, 247, 354, 102, 209, 317, 64, 172, 279, 26, 134, 241, 349, 96, 204, 311, 59, 166	0, 43, 87, 130, 173, 217, 260, 303, 346, 30, 73, 116, 160, 203, 246, 290, 333, 16, 60, 103, 146, 189, 233, 276, 319, 3	2	4.8	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
	0.5	10	51	0.48	0, 108, 216, 324, 72, 180, 288, 35, 143, 251	0, 37, 74, 111, 148, 185, 222, 259, 297, 334	2	1.57	9	63	0.48	9/9/2	0
	1	5	50	0.92	0, 72, 144, 216, 288	0, 144, 288, 82, 217	2	1.52	5	51	0.9	5/5/2	0
	2	3	50	1.83	0, 120, 240	0, 240, 120	2	1.42	3	51	1.81	3/3/0	0
	4	2	59	2.32	346, 166	0, 180	1	1.72	2	59	3.22	2/2/0	0
	6	2	50	4.21	0, 180	0, 180	1	1.4	2	51	5.09	2/2/0	0
	8	2	40	7.97	0, 180	0, 180	0	1.05	2	40	7.98	2/2/0	0
	12	1	81	10.59	14	0	0	1.58	1	81	10.59	N/A	14
	18	1	44	17.92	346	0	0	0.23	1	44	17.93	N/A	14
	24	1	37	23.61	166	0	0	0.017	1	37	23.63	N/A	0

表 6. 觀測點經度 0 度、最小仰角、緯度分別為 30 度及 50 度之星系。

			精確設計解							Walker 設計解				
高度 (km)	緯度	最大不可見區間需求 (小時)	星系衛星個數	傾角 (度)	最大不可見區間 (小時)	升交點 (度)	初始平均近點離角 (度)	排列方式	計算時間 (分)	星系衛星個數	傾角 (度)	最大不可見區間 (小時)	T/P/F*	第一顆衛星升交點 (度) $M_0 = 0$
Near 800 (N = 14)	30	0.5	16	33	0.48	32, 98, 164, 231, 297, 3, 69, 135, 202, 268, 334, 40, 106, 173, 239, 305	0, 153, 306, 100, 253, 46, 199, 352, 145, 299, 92, 245, 38, 191, 344, 138	2	0.7	16	34	0.5	16/16/2	6
		1	8	33	0.91	32, 55, 77, 100, 122, 145, 167, 190	0, 45, 90, 135, 179, 224, 269, 314	2	0.63	8	33	0.95	8/4/2	0
	50	2	4	33	1.77	32, 325, 259, 192	0, 214, 68, 282	2	0.96	4	33	1.84	4/4/3	0
		0.5	18	50	0.43	304, 316, 327, 339, 350, 2, 14, 25, 37, 49, 60, 72, 83, 95, 107, 118, 130, 142	0, 197, 35, 232, 69, 267, 104, 301, 138, 336, 173, 10, 208, 45, 242, 80, 277, 114	2	0.96	17	54	0.36	17/17/3	5
		1	10	50	0.86	304, 326, 347, 9, 30, 52, 73, 95, 117, 138	0, 58, 116, 174, 232, 290, 349, 47, 105, 163	2	0.85	9	50	0.89	9/9/4	19
		2	5	50	1.74	304, 344, 24, 64, 104,	0, 159, 318, 118	2	0.81	4	54	1.75	4/4/2	6
Near 1200 (N = 13)	30	0.5	15	34	0.46	346, 5, 23, 42, 60, 79, 97, 116, 135, 153, 172, 190, 209, 227, 246	0, 119, 237, 356, 114, 233, 351, 110, 238, 347, 105, 224, 342, 101, 220	2	0.83	14	33	0.48	14/7/2	0
		1	8	28	0.98	166, 192, 218, 243, 269, 294, 321, 346	0, 25, 50, 76, 101, 126, 151, 176	2	0.73	8	28	0.98	8/8/3	0
	50	2	4	29	1.98	166, 225, 284, 344	0, 310, 260, 210, 277	2	0.7	3	36	2	3/3/2	14
		0.5	15	55	0.49	318, 331, 345, 358, 11, 25, 38, 51, 65, 78, 91, 105, 118, 131, 145	0, 187, 13, 200, 27, 213, 40, 227, 53, 240, 66, 253, 80, 266, 93	2	1.28	14	53	0.5	14/7/2	0
		1	8	53	1	318, 342, 6, 30, 54, 78, 102, 126	0, 48, 96, 144, 192, 240, 288, 337	2	1.2	8	52	1	8/8/3	0
		2	4	53	1.88	318, 16, 74, 132	0, 324, 288, 253	2	1.16	4	53	1.88	4/4/1	0

Report No. 77044.

4. J. G. Walker, *Journal of the British Interplanetary Society*, **37**, 559 (1984).
5. J. E. Draim, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, **10** (5), 492 (1987).
6. J. E. Draim, *AAS Paper 87-497*, Aug. (1987).
7. J. E. Draim, *AAS Paper 89-381*, Aug. (1989).
8. A. H. Ballard, *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, **AES-16** (5), 656, Sept. (1980)..
9. L. Rider, *The Journal of Astronautical Science*, **34** (1), 31 (1986).
10. J. M. Hanson and W. B Higgins, *The Journal of Astronautical Science*, **38** (2), 143 (1990).
11. T. J. Lang, *AAS Paper 87-499*, Aug. (1987).
12. T. J. Lang, *AAS Paper 93-597*, Aug. (1993).
13. J. H. Hanson, M. J. Evans, and R. E. Turner, *The Journal of the Astronautical Science*, **40** (2), 215 (1992).
14. D.-M. Ma and H.-E. Shen, *Space Forum*, **5** (4), 307 (2000).
15. Anonymous, *Technical Report 8350.2*, Defense Mapping Agency, Department of Defense, Sep. (1987).
16. M. A. Chylla and C. D. Eagle, *AAS Paper 92-146*, Feb. (1992).
17. J. A. Lawton, *Journal of Guidance, Control, and Dynamic*, **10** (1), 32 (1987).
18. P. R. Escobal, *AIAA Journal*, **1** (10), 2306 (1963).
19. W. H. Press, B. P. Flannery, S. A. Teukolsky, and W. T. Vetterling, , *Numerical Recipes - The Art of Scientific Computing*, Cambridge University Press, Chapter 10 (1986).
20. D.-M. Ma and W.-C. Hsu, *Journal of Spacecraft and Rockets*, Jan.-Feb., 29 (1997).