

# 光波導元件之設計方法

對於未來高頻寬通訊系統的來臨，高品質及高性能的光通訊元件是需要的，其中提供光通訊元件之正確的模擬設計扮演著重要的角色。本文將針對一些光通訊波導元件之設計方法，如模態求解技術、BPM 方法及有限差分時域 (FDTD) 方法等一一介紹。

張哲瑋、林暉雄

## 一、前言

近年來由於網路之快速發展，相對地帶動了通訊之高頻寬需求，1998 年全球光通訊產值為 280 億美元，台灣的光通訊產值則為新台幣 45 億元；未來在寬頻通訊建設的大量成長以及網際網路市場的蓬勃發展下，將深具市場發展潛力。因此對光通訊之光波傳系統需求就格外迫切，而積體光學和光纖之光學元件則是此系統之基礎，如光纖、雷射、光偵測器、光調變器 (modulators)、光開關 (switches)、及 WDM's (wave-length-demultiplexing devices) 等。

最近由於新的複合型多工架構採用了多個波長通道來提高通訊容量，這些新的波長又必須儘量落在光纖之最低傳輸損失內，以及現有的光纖放大器增益的波段範圍內，如此必造成每個波長の間距變窄及密度提高，在此特別稱此種時間多工學波長多工兼備的通訊架構為「高密度波長多工通訊系統」

---

張哲瑋先生為國立台灣大學應用力學博士，原任國科會精密儀器發展中心副研究員，現任職於祥群科技股份有限公司。

林暉雄先生為國立交通大學光電工程研究所碩士，現任國科會精密儀器發展中心助理工程師。

(DWDM)。其中由於光傳輸模組、DWDM 多工器元件、光纖放大器及其相關系統與元件開始被使用在高速、寬頻網路上，使得光纖統合網路系統成為眾所矚目的明日之星。依 ElectroniCast 的市場分析報告指出，DWDM 系統及元件整體市場金額預估在 2005 年將高達 121 億美元，在此一龐大市場潛力吸引下，眾多的業者和各國家研究機構爭相投入 DWDM 的發展。以一個完整的 DWDM 光纖系統而言，它包含了光發射 / 接收器、波長多工器 / 解多工器、光纖放大器 (EDFA)、波長擷取多工器、色散補償裝置、濾波器、光開關、路由器及其他光通訊元件、處理電路以及架構光學系統的機構等。

拜光通訊市場之吸引，製作光波導之軟、硬體也日新月異。在軟體設計方面，市面上已有商用軟體提供廠商採用，諸如美國的 BeamProp、Optiwave 軟體及加拿大的 Apollo 軟體等，但其售價非常的昂貴。而光波導製程也由於成本考量，目前正設法嘗試使用半導體製程方法，前不久已有美國光通訊大廠和國內半導體廠接觸即是明證。在光波導元件不僅已有商用軟體出現，甚至連系統方面也有了商用軟體，此種設計工具在光通訊公司扮演著重要角色，因為它能縮短設計時程，對於評估新觀念方面也俱時效性，並且能夠增加市場競爭力。

對於光波導傳遞可分為兩大類：一是時間諧振

(time-harmonic) (如連續之單色波)，另一個是完全和時間相關 (如脈衝波)。大部份元件可以利用和時間無關而入射一單色波長來加以設計，如模態求解 (mode-solver) 和 BPM (beam propagation method) 方法；如要得到和時間相關之設計方法，可以使用 FDTD (finite-difference time-domain) 來計算模擬。光波導設計之其它方法還有如 coupled-mode theory (CMT)、eigen mode propagation method (transfer matrix method) 等。

國科會精密儀器發展中心之微系統實驗室也有類似以光波導元件進行分光之計畫，如圖 1 是該計畫之概略示意圖。圖 1 是以矽晶片當基材，在基材上方沈積三層不同折射率之材質，中間是一層導波層，上下層是包覆端 (cladding)；入射光由光纖導入多個波長，藉著中間之導波層而傳遞到光柵區，利用光柵之分光特性及在光柵兩旁之折射率不同而反射，再沿著導波層回到收光區，以達到分光之功能。

本文將分別介紹各種光波導設計的方法，包括模態求解法、BPM 及 FDTD 方法等，其中並有相關公式推導及一些光波導元件之計算結果。

## 二、模態求解技術

雖然在光波導元件裡有很多例子是以多模態來傳遞，但對於典型的積體光學之非傳導性波導是需要單一模態來傳遞的。模態分析在光波導設計過程

中是一個極重要的部份，因為它能提供那一種模態及波形在特定之光波導傳遞，然後可將該模態當作輸入端導入光波導元件中以進行光波傳遞。所有模態求解均假設波導沿著光波傳遞之  $z$  方向之斷面不改變，則  $z$  方向之波形變化就可表示為  $\exp(i\beta z)$ ，其中  $\beta$  是傳遞常數。當波導之剖面給定後及輸入一特定頻率或波長，就能由模態求解法求出所需要之特定模態傳遞常數的相關模態波形。模態求解法可分成純量求解法 (scalar wave equation solver) 及向量求解法 (vector wave equation solver)，而向量求解法又含有半向量求解法。下面就概略介紹一種簡單又精確的求解方法，它可求出 Helmholtz 波方程式之極化解，而且完全考慮電場在不連續處之介電材料介面，利用數學疊代法 shifted inverse power 法來求解矩陣，可求解出任意特徵值<sup>(1-2)</sup>。

假設所求解之問題如圖 2 所示，該圖為一 rib 波導，底部為基材，上層為包覆區，中間為一導波區。對一諧振波沿著 rib 波導之  $z$  方向傳遞，考慮相關電磁場為：

$$\mathbf{E}(x, y, z, t) = (E_x, E_y, E_z) \exp[-j(\omega t - \beta z)] \quad (1a)$$

$$\mathbf{H}(x, y, z, t) = (H_x, H_y, H_z) \exp[-j(\omega t - \beta z)] \quad (1b)$$

$$\mathbf{D} = \varepsilon(x, y)\mathbf{E}, \quad \mathbf{B} = \mu\mathbf{H} \quad (2)$$

其中  $\varepsilon(x, y)$  是一片斷之介電常數，磁導率  $\mu$  為一常數，而電磁場之各分量均假設為只有  $x$  及  $y$  的函數，由 Maxwell 方程式知：

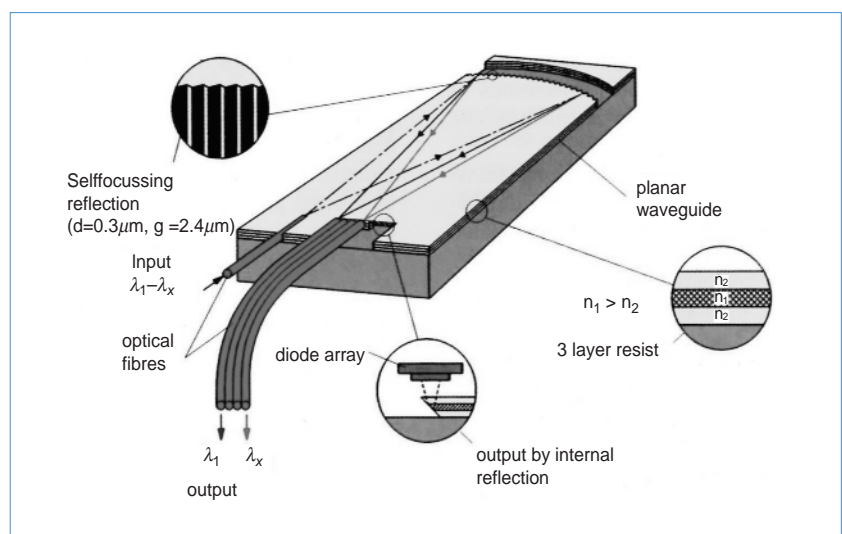


圖 1. 微光學解多工器。

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 0, \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (3a)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = j\omega\mu\mathbf{H} \quad (3b)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = -\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = -j\omega\epsilon\mathbf{H} \quad (3c)$$

利用：

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E} = \omega^2 \epsilon\mu \mathbf{E} = k^2 \mathbf{E}$$

及

$$k(x, y) = \omega(\epsilon\mu)^{1/2} = \frac{2\pi n(x, y)}{\lambda}$$

Maxwell 方程式最後可推導成 Helmholtz 之波方程式如下：

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial y^2} + k^2 \mathbf{E} = \beta^2 \mathbf{E} \quad (4)$$

## 1. 純量模態

純量模態 (scalar mode) 方程式如 (4) 式，所有電場方向均視為相同，取  $E_z$ ，且  $E_x$ 、 $\frac{\partial E_z}{\partial x}$ 、 $\frac{\partial E_z}{\partial y}$  均為連續，以有限差分 5 點之表示式可導成：

$$\frac{E_{i,j-1}}{(\Delta y)^2} + \frac{E_{i-1,j}}{(\Delta x)^2} + \left( k_{i,j}^2 - \frac{2}{(\Delta x)^2} - \frac{2}{(\Delta y)^2} \right) E_{i,j} + \frac{E_{i+1,j}}{(\Delta x)^2} + \frac{E_{i,j+1}}{(\Delta y)^2} = \beta^2 E_{i,j} \quad (5)$$

將方程式 (5) 表示成特徵值形式：

$$A_s E_s = \beta_s^2 E_s \quad (6)$$

其中  $A_s$  是一對稱實數帶狀矩陣， $\beta_s^2$  是純量模態之傳遞函數特徵值， $E_s$  是代表電場之相關正規特徵向量。

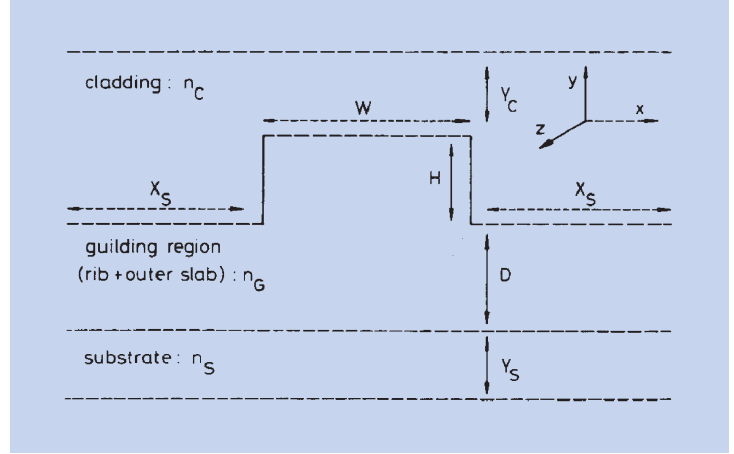


圖 2. 典型之半導體 rib 波導結構，

## 2. Quasi-TE 模態

Quasi-TE 模態及 Quasi-TM 模態均屬於半向量模態，而 Quasi-TE 模態之極化量可表示為：

$$\mathbf{E} \equiv (E_x, 0, E_z) \exp[-j(\omega t - \beta z)] \quad (7)$$

由 Maxwell 方程式可得到：

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} = j\beta E_z, \quad \frac{\partial E_x}{\partial y} = j\omega B_z, \quad \frac{\partial E_z}{\partial y} = -j\omega B_x \quad (8)$$

利用  $E_x$ 、 $B_x$ 、 $B_z$  之連續性介面，及  $E_z$  之水平介面是連續性但其垂直介面為不連續性，則 Quasi-TE 之有限差分方程式表示為：

$$2k_{i-1,j}^{(L)} \frac{E_{i,j-1}}{(\Delta y)^2} + \frac{E_{i-1,j}}{(\Delta x)^2} - \left[ \frac{2}{(\Delta x)^2} + \frac{2}{(\Delta y)^2} + (K_{i,j}^{(LP)} - K_{i-1,j}^{(L)}) + (K_{i,j}^{(RP)} - K_{i+1,j}^{(R)}) \right] E_{i,j} + 2K_{i+1,j}^R \frac{E_{i+1,j}}{(\Delta x)^2} + \frac{E_{i,j+1}}{(\Delta y)^2} = \beta^2 E_{i,j} \quad (9)$$

$$K_{i+1,j}^{(R)} = \frac{k_{i+1,j}^2}{k_{i,j}^2 + k_{i+1,j}^2}, \quad K_{i,j}^{(RP)} = \frac{k_{i,j}^2}{k_{i,j}^2 + k_{i+1,j}^2}$$

$$K_{i,j}^{(LP)} = \frac{k_{i,j}^2}{k_{i-1,j}^2 + k_{i,j}^2}, \quad K_{i-1,j}^{(L)} = \frac{k_{i-1,j}^2}{k_{i-1,j}^2 + k_{i,j}^2}$$

若表示為特徵方程式則改為下式：

$$A_{TE} E_{TE} = \beta_{TE}^2 E_{TE} \quad (10)$$

其中  $A_{TE}$  是一實數非對稱帶狀矩陣， $\beta_{TE}^2$  是 TE 模態

表 1.

本文之求解三種不同 rib 波導結構之參數表示。

Structure	$n_G$	$n_s$	$n_c$	$W$ $\mu\text{m}$	$H$ $\mu\text{m}$	$D$ $\mu\text{m}$	$X_s$ $\mu\text{m}$	$Y_s$ $\mu\text{m}$	$Y_c$ $\mu\text{m}$	$h_x$ $\mu\text{m}$	$h_y$
BT1	3.44	3.34	1.0	2	1.1	0.2	3.00	5.025	0.525	0.0952	0.05
BT2	3.44	3.36	1.0	3	0.1	0.9	3.05	5.025	0.525	0.0968	0.05
BT3	3.44	3.435	1.0	4	2.5	3.5	4.34	7.550	0.550	0.0976	0.10

之特徵值， $E_{TE}$  是代表電場  $E_x(x, y)$  之相關正規特徵向量。

### 3. Quasi-TM 模態

對於 Quasi-TM 模態之極化量可表示為：

$$\mathbf{E} \equiv (0, E_y, E_z) \exp[-j(\omega t - \beta z)] \quad (11)$$

由 Maxwell 方程式可得到：

$$\frac{\partial E_y}{\partial y} = j\beta E_z, \quad \frac{\partial E_y}{\partial x} = -j\omega B_z, \quad \frac{\partial E_z}{\partial x} = j\omega B_y \quad (12)$$

利用  $E_z$ 、 $B_z$ 、 $B_y$  之連續性介面，及  $E_y$  之垂直介面是連續性但其水平介面為不連續性，則 Quasi-TM 之有限差分方程式表示為：

$$2k_{i,j-1}^{(B)} \frac{E_{i,j-1}}{(\Delta y)^2} + \frac{E_{i-1,j}}{(\Delta x)^2} - \left[ \frac{2}{(\Delta x)^2} + \frac{2}{(\Delta y)^2} + (K_{i,j}^{(AP)} - K_{i,j-1}^{(A)}) + (K_{i,j}^{(AP)} - K_{i,j+1}^{(A)}) \right] E_{i,j} + \frac{E_{i+1,j}}{(\Delta x)^2} + 2K_{i,j+1}^{(A)} \frac{E_{i,j+1}}{(\Delta y)^2} = \beta^2 E_{i,j} \quad (13)$$

$$K_{i,j+1}^{(A)} = \frac{k_{i,j+1}^2}{k_{i,j}^2 + k_{i,j+1}^2}, \quad K_{i,j}^{(AP)} = \frac{k_{i,j}^2}{k_{i,j}^2 + k_{i,j+1}^2}, \quad K_{i,j}^{(BP)} = \frac{k_{i,j}^2}{k_{i,j-1}^2 + k_{i,j}^2}$$

$$K_{i,j-1}^{(B)} = \frac{k_{i,j-1}^2}{k_{i,j-1}^2 + k_{i,j}^2}$$

上式若以特徵方程式可表示為：

$$A_{TM} E_{TM} = \beta_{TM}^2 E_{TM} \quad (14)$$

其中  $A_{TM}$  是一實數非對稱帶狀矩陣，但不等於  $A_{TE}$ ， $\beta_{TM}^2$  是 TM 模之特徵值， $E_{TM}$  是代表電場  $E_y(x, y)$  之相關正規特徵向量值。

### 4. 計算結果

求解模態之有限差分方程為一特徵值問題，本

文是以 shifted inverse power 疊代法來求解，它能求解任意矩陣之特徵值及其相關特徵向量。本文所使用求解 rib 波導的一些參數如表 1 所示。

計算模擬是輸入一近紅外線波長  $1.55 \mu\text{m}$ ，而外邊界設為零，計算結果是以有效折射率 (effective index) 及正規折射率 (normalized index) 來作比較，其關係式如下：

$$\beta_{eff}^2 = \left( \frac{\beta}{k_0} \right)^2, \quad k_0 = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad b = \frac{\beta_{eff}^2 - n_s^2}{n_G^2 - n_s^2}$$

純量模態計算結果之最大有效特徵值及正規折射率值如表 2 所示。

純量模態之相關電場算結果如圖 3 所示。Quasi-TE 模態計算結果之最大有效特徵值及正規折射率如表 3 所示。

Quasi-TE 模態之相關電場值如圖 4 所示。Quasi-TM 模態計算結果之最大有效特徵值及正規折射率如表 4 所示。

Quasi-TM 模態之相關電場圖如圖 5 所示。其中

表 2. 純量模態計算結果之最大有效特徵值及其正規折射率值。

	$\beta_{eff}$	B
BT1	3.39488438	0.5451916
BT2	3.39559060	0.4419771
BT3	3.43664652	0.3291431

表 3. Quasi-TE 模態計算結果之最大有效特徵值及其正規折射率值。

	$\beta_{eff}$	B
BT1	3.39117753	0.5080900
BT2	3.39548777	0.4406934
BT3	3.43658858	0.3175574

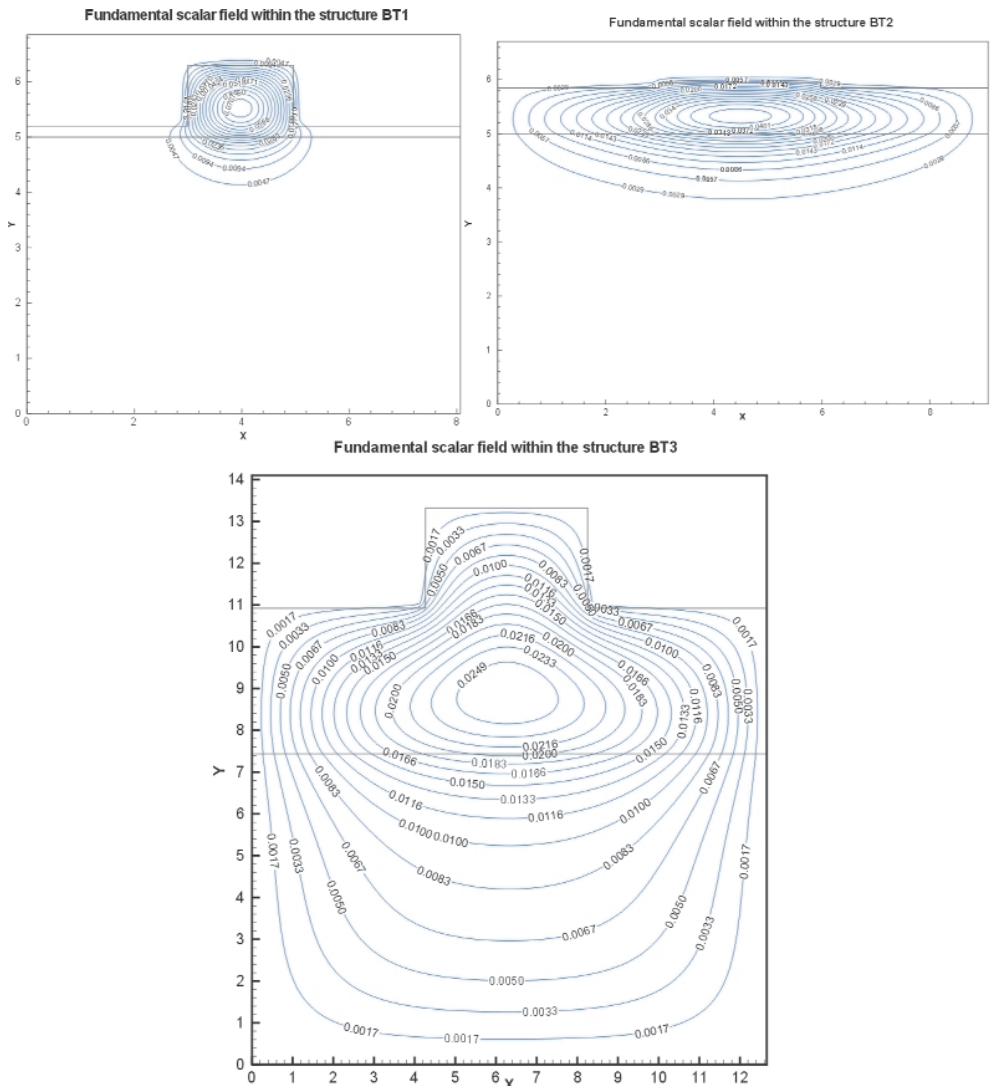


圖 3. 分別為 BT1、BT2、BT3 光波導結構之純量電場圖。

BT1 波導結構之格點為  $71 \times 138$ ，BT2 結構之格點為  $86 \times 138$ ，BT3 則是以  $93 \times 117$  格點計算。其中  $\beta_{eff}$  值是以純量值為最大、Quasi-TE 及 Quasi-TM 模態值相差不大。

### 三、BPM 方法

表 4. Quasi-TM 模態計算結果之最大有效特徵值及其正規折射率值。

	$\beta_{eff}$	B
BT1	3.39141751	0.5104908
BT2	3.39020166	0.3747561
BT3	3.43657017	0.3138765

BPM (beam propagation method) 方法對於積體光學及光纖光波導元件之設計來說是最廣泛被使用的<sup>(3,4)</sup>，連市售軟體之模擬也大部份採用其方法。其中最主要原因是觀念簡單、直接，而且程式容易撰寫；除此之外，BPM 還是一種非常有效率的方法，你可以用加密格點方法來得到精確答案，當然也可以以粗格點來試算概略結果；另一特點則是對於較複雜之幾何結構，BPM 並不需要特別修正其方法就可直接求解；再者 BPM 不僅可以解耦合模態，還可以解其他導波區及輻射區等；若加上極化項及非線性條件，則 BPM 可以很彈性地加以計算處理，可見其擴充性非常地強。

文獻上對於以 BPM 數值方法來求解光電元件非常地多，諸如：各種不同之光被動波導元件<sup>(5)</sup>、

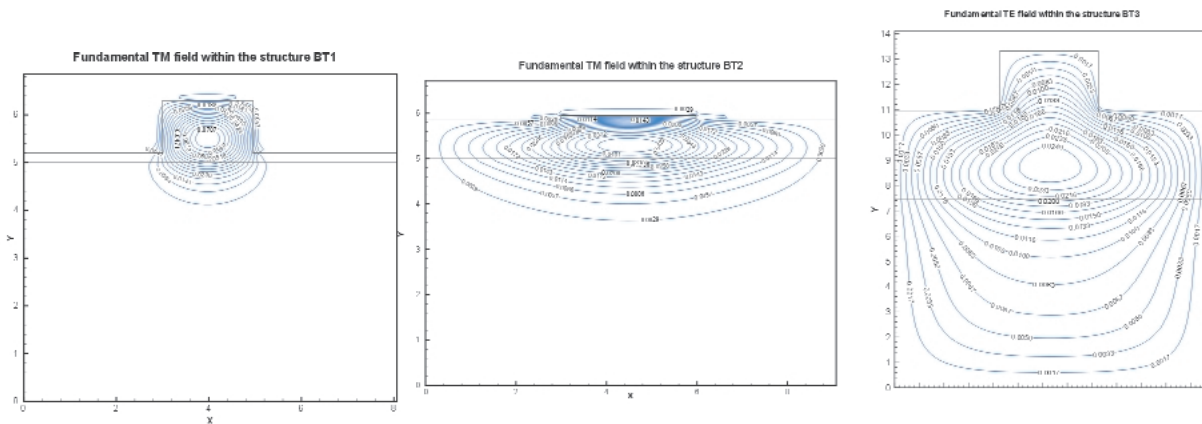


圖 4. 分別為 BT1、BT2 及 BT3 光波導結構之 Quasi-TE 電場圖。

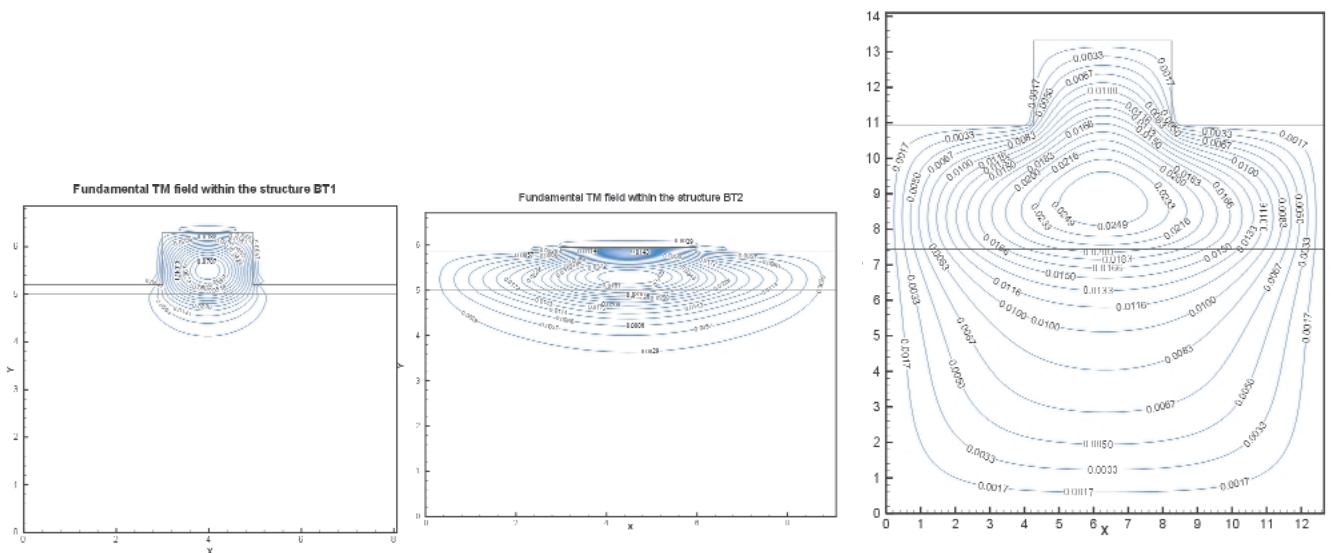


圖 5. 分別為 BT1、BT2 及 BT3 光波導結構之 Quasi-TM 電場圖。

channel-dropping 濾波器<sup>(6)</sup>、光電調製器<sup>(7)</sup>、多模光波導元件<sup>(8-9)</sup>、環雷射 (ring lasers)<sup>(10)</sup>、光延遲線電路<sup>(11-12)</sup>、y 分岐器<sup>(13)</sup>、多模態干涉 (MMI) 元件<sup>(14-15)</sup>、光連接器<sup>(16)</sup>、波導極化器<sup>(17)</sup> 及極化旋轉器<sup>(18)</sup> 等。

### 1. 純量及旁軸近似之 BPM

BPM 本質上是一種數值法，它可求解單色波長之波方程式的特解，若以純量場來區分時它就忽略了極化現象，若旁軸近似條件加入時，則光波方向就被限制在某一個角度裡前進。以下就對純量及旁軸近似的 BPM 方程式作一討論。

從 Helmholtz 方程式 (4) 可知，考慮完整之純

量波方程式為：

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} + k^2 \phi = \beta^2 \phi \quad (15)$$

其中之純量電場為  $E(x, y, z, t) = \phi(x, y, z)e^{-j\omega t}$ ，而波數  $k(x, y, z) = k_0 n(x, y, z)$ ， $k_0 = 2\pi/\lambda$ ，為一自由空間中之波數，整個波導之幾何形狀可由整體之折射率  $n(x, y, z)$  來定出而求解其問題。上式除了純量假設外並無其它之忽略項，因此可得到一正合解 (exact solution)。典型的波導問題是一  $\phi$  值沿著波傳遞之  $z$  軸的相位快速改變，因此可以將  $z$  軸方向的相位

拿出，以一緩漸變場  $u$  來取代：

$$\phi(x, y, z) = u(x, y, z)e^{j\bar{k}z}$$

其中  $\bar{k}$  是一代表在場  $\phi$  之平均相位改變的常數，也可稱為參考波數 (reference wavenumber)，此常數若以一參考折射率  $\bar{n}$  可表示為， $\bar{k} = k_0 \bar{n}$ ，將上式之緩漸變場代入方程式 (15) 所得到：

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + 2j\bar{k} \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + (k^2 - \bar{k}^2)u = 0 \quad (16)$$

除了以  $u$  表示外，從上式看來其實是相等於 Helmholtz 波方程式的。如果再假設  $u$  值在  $z$  軸之變化是足夠地慢，則上式之第一項相對於第二項來說是可忽略的，這就得到了非常熟悉的 slowly varying envelope approximation (SVEA) 之式子。經過整理後，(16) 式可改寫為：

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{j}{2\bar{k}} \left[ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + (k^2 - \bar{k}^2)u \right] \quad (17)$$

上式就是一三維純量旁軸近似的基本 BPM 方程式，若省略對  $y$  之微分項就是一二維基本的 BPM 方程式，在輸入端 ( $x, y, z = 0$ ) 處導入一光波，經過方程式 (17) 演算後，就可得到在下游某一  $z$  軸處之光波值了。將 (17) 式導成有限差分方程式：

$$\begin{aligned} & A_{i,j}^{l+1} u_x^{l+1}(i, j) + A_{i+1,j}^{l+1} u_x^{l+1}(i+1, j) + A_{i-1,j}^{l+1} u_x^{l+1}(i-1, j) \\ & + A_{i,j+1}^{l+1} u_x^{l+1}(i, j+1) + A_{i,j-1}^{l+1} u_x^{l+1}(i, j-1) = A_{i,j}^l u_x^l(i, j) \\ & + A_{i+1,j}^l u_x^l(i+1, j) + A_{i-1,j}^l u_x^l(i-1, j) + A_{i,j+1}^l u_x^l(i, j+1) \\ & + A_{i,j-1}^l u_x^l(i, j-1) \\ & A_{i,j}^{l+1} = 1 - j \frac{\alpha \Delta z}{2kn_0} \left\{ \frac{2}{(\Delta x)^2} + \frac{2}{(\Delta y)^2} - [n^2(m, n, l+1) - n_0^2] k^2 \right\} \\ & A_{i,j}^l = 1 - j \frac{(1-\alpha)\Delta z}{2kn_0} \left\{ \frac{2}{(\Delta x)^2} + \frac{2}{(\Delta y)^2} - [n^2(m, n, l) - n_0^2] k^2 \right\} \\ & A_{i,j\pm 1}^{l+1} = j \frac{\alpha \Delta z}{2n_0 k (\Delta y)^2}, \quad A_{i,j\pm 1}^l = -j \frac{(1-\alpha) T_{i\pm 1,j}^l \Delta z}{2n_0 k (\Delta x)^2} \\ & A_{i\pm 1,j}^{l+1} = j \frac{\alpha T_{i\pm 1,j}^{l+1} \Delta z}{2n_0 k (\Delta x)^2}, \quad A_{i\pm 1,j}^l = -j \frac{(1-\alpha)\Delta z}{2n_0 k (\Delta y)^2} \end{aligned} \quad (18)$$

本文以一三維簡單波導來觀察入射波由單模轉變為多模，再由多模轉變為單模之整個模態波形變化。入射波長為  $1.5 \mu\text{m}$  之 Gaussian 分佈，所模擬之結構圖形為  $x = 40 \mu\text{m}$ 、 $y = 20 \mu\text{m}$ 、 $z = 420 \mu\text{m}$ ，格點之大小為  $\Delta x = 0.2 \mu\text{m}$ 、 $\Delta y = 0.2 \mu\text{m}$ 、 $\Delta z = 0.6 \mu\text{m}$  等，結構示意如圖 6 所示，入射波之示意如圖 7 所示。

其計算結果分別在各個  $x$ 、 $y$ 、 $z$  剖面之電場等高線圖如圖 8、圖 9 及圖 10 所示。從圖中可看出光波在三維波導輸入一 Gaussian 單模波形，隨著距離前進光波漸漸轉變為多模波形變化、然後再轉為單模波形，如此週而復始地傳遞波形。

## 2. 極化及旁軸近似之向量 BPM

在純量之電磁場中是不考慮極化現象的<sup>(19)</sup>，若極化現象為一不可忽略項時，就必須考慮向量電磁場，則上述之方程式就必須重新推導，利用方程式 (1) - (3) 式及 SVEA 條件可得到 (19) 式。(19) 式和純量方程式比較起來，其等號右邊代表極化電場之互相耦合項， $x$  方向電場會影響  $y$  方向之電場，反之亦然。如果將 (19) 式之等號右邊項改寫為 (20) 式，則方程式 (20) 就是一半向量化之 BPM 方程式， $x$ 、 $y$  方向之電場互不影響，但各方向之解需要使用各自的方程式自行解出。將 (19) 式之  $x$  方向以有限差分方程式可表示如 (21) 式。

$$\begin{aligned} j \frac{\partial u_x}{\partial z} &= A_{xx} u_x + A_{xy} u_y & (19) \\ j \frac{\partial u_y}{\partial z} &= A_{yy} u_y + A_{yx} u_x \\ A_{xx} u_x &= \frac{1}{2n_0 k_0} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{1}{n^2} \frac{\partial}{\partial x} (n^2 u_x) \right] + \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} + (n^2 - n_0^2) k_0^2 u_x \right\} \\ A_{yy} u_y &= \frac{1}{2n_0 k_0} \left\{ \frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{1}{n^2} \frac{\partial}{\partial y} (n^2 u_y) \right] + \frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} + (n^2 - n_0^2) k_0^2 u_y \right\} \\ A_{xy} u_y &= \frac{1}{2n_0 k_0} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{1}{n^2} \frac{\partial}{\partial y} (n^2 u_y) \right] - \frac{\partial^2 u_y}{\partial x \partial y} \right\} \\ A_{yx} u_x &= \frac{1}{2n_0 k_0} \left\{ \frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{1}{n^2} \frac{\partial}{\partial x} (n^2 u_x) \right] - \frac{\partial^2 u_x}{\partial y \partial x} \right\} \\ j \frac{\partial u_x}{\partial z} &= A_{xx} u_x & (20) \\ j \frac{\partial u_y}{\partial z} &= A_{yy} u_y \end{aligned}$$

$$j \frac{u_x^{l+1} - u_x^l}{\Delta z} = (1 - \alpha) A_{xx}^l u_x^l + \alpha A_{xx}^{l+1} u_x^{l+1} + A_{xy}^l u_y^l \quad (21)$$

$$A_{xx}^l u_x^l = \frac{1}{2n_0 k_0} \left\{ \frac{T_{i,j+1,l}^E u_x(i+1, j, l) - [2 - R_{i,j+1,l}^E - R_{i-1,j,l}^E] u_x(i, j, l) + T_{i-1,j,l}^E u_x(i-1, j, l)}{(\Delta x)^2} \right. \\ \left. + \frac{u_x(i, j+1, l) - 2u_x(i, j, l) + u_x(i, j-1, l)}{(\Delta y)^2} + [n^2(i, j, l) - n_0^2] k_0^2 u_x(i, j, l) \right\}$$

$$A_{yy}^l u_y^l = \frac{1}{2n_0 k_0} \left\{ \frac{T_{i,j+1,l}^E u_y(i, j+1, l) - [2 - R_{i,j+1,l}^E - R_{i-1,j,l}^E] u_y(i, j, l) + T_{i-1,j,l}^E u_y(i, j-1, l)}{(\Delta y)^2} \right. \\ \left. + \frac{u_y(i+1, j, l) - 2u_y(i, j, l) + u_y(i-1, j, l)}{(\Delta x)^2} + [n^2(i, j, l) - n_0^2] k_0^2 u_y(i, j, l) \right\}$$

$$A_{yx}^l u_y^l = \frac{1}{8n_0 k_0 \Delta x \Delta y} \left\{ \left[ \frac{n^2(i+1, j+1, l)}{n^2(i+1, j, l)} - 1 \right] \cdot u_y^l(i+1, j+1, l) - \left[ \frac{n^2(i+1, j-1, l)}{n^2(i+1, j, l)} - 1 \right] \cdot u_y^l(i+1, j-1, l) \right. \\ \left. - \left[ \frac{n^2(i-1, j+1, l)}{n^2(i-1, j, l)} - 1 \right] \cdot u_y^l(i-1, j+1, l) + \left[ \frac{n^2(i-1, j-1, l)}{n^2(i-1, j, l)} - 1 \right] \cdot u_y^l(i-1, j-1, l) \right\}$$

$$A_{yx}^l u_x^l = \frac{1}{8n_0 k_0 \Delta y \Delta x} \left\{ \left[ \frac{n^2(i+1, j+1, l)}{n^2(i, j+1, l)} - 1 \right] \cdot u_x^l(i+1, j+1, l) - \left[ \frac{n^2(i+1, j-1, l)}{n^2(i, j-1, l)} - 1 \right] \cdot u_x^l(i+1, j-1, l) \right. \\ \left. - \left[ \frac{n^2(i-1, j+1, l)}{n^2(i, j+1, l)} - 1 \right] \cdot u_x^l(i-1, j+1, l) + \left[ \frac{n^2(i-1, j-1, l)}{n^2(i, j-1, l)} - 1 \right] \cdot u_x^l(i-1, j-1, l) \right\}$$

$$T_{i\pm 1, j, l}^E = \frac{2n^2(i \pm 1, j, l)}{n^2(i \pm 1, j, l) + n^2(i, j, l)}, \quad R_{i\pm 1, j, l}^E = T_{i\pm 1, j, l}^E - 1$$

$$T_{i, j\pm 1, l}^E = \frac{2n^2(i, j \pm 1, l)}{n^2(i, j \pm 1, l) + n^2(i, j, l)}, \quad R_{i, j\pm 1, l}^E = T_{i, j\pm 1, l}^E - 1$$

$$[1 + j\Delta z \alpha A_{xx}^{l+1}] u_x^{l+1} = [1 - j\Delta z(1 - \alpha) A_{xx}^l] u_x^l - j\Delta z A_{xy}^l u_y^l \quad (22a)$$

$$[1 + j\Delta z \alpha A_{yy}^{l+1}] u_y^{l+1} = [1 - j\Delta z(1 - \alpha) A_{yy}^l] u_y^l - j\Delta z A_{yx}^l u_x^l \quad (22b)$$

在 (22) 式中之  $\alpha$  值是一控制數值方法之參數，一般是取 0.5 進行運算。在求解 (22a) 式是先給定  $u_x$  與  $u_y$  值以進行求解而得到新的  $u_x$  值，再將  $u_x$  與  $u_y$  代入 (22b) 式得到新的  $u_y$  值，如此互相關換求解。

如果  $x$ 、 $y$  方向之電場互不影響，就可以以 (19) 式之半向量 BPM 方程式進行求解，其離散化之有限差分方程式如 (21)、(22a,b) 式及其相關係數，其中  $A_{xy}$  及  $A_{yx}$  項之係數均為零。將離散化之有限差分方程式整理後，可看出其三維係數矩陣是一帶狀 12 元素之矩陣，而二維係數矩陣則可簡化

為一三對角矩陣之係數。其計算區域之最外緣部份是所謂計算邊界區，一般 BPM 在處理邊界區是以穿透邊界條件 (transparent boundary condition) 來處理<sup>(20)</sup>，該法是假設在  $x$  軸 ( $x = M\Delta x$ ) 靠近計算區域

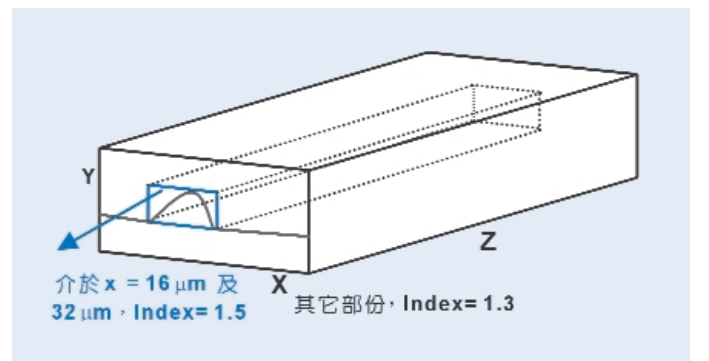


圖 6. 三維簡單之波導示意圖。

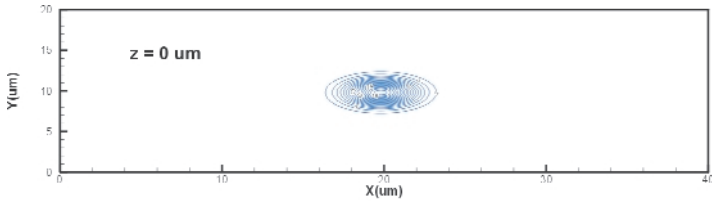


圖 7. 三維波導之 Gaussian 入射波形。

之最右邊能夠滿足 (23) 式

$$\frac{\partial u}{\partial x} = -jk_x u \quad (23)$$

將 (23) 式表示為一有限差分形式：

$$u^{l+1}(M, n) = u^{l+1}(M-1, n)e^{-jk_x \Delta x}$$

其中複數波數向量  $k_x$  是由前一步計算之結果而得到：

$$k_x = \frac{u^l(M-1, n)}{u^l(M-2, n)}$$

而  $x$  軸之最左邊邊界類似於以上所述。一般來說 BPM 之穿透邊界條件是優於傳統的吸收邊界條件

(absorbing boundary condition)，是因為穿透邊界為一個有效率而且非常精確的邊界條件。

本文就以一光耦合元件 (directional coupler) 分光波導，來求解一二維半向量之 BPM 方程式，其結構如圖 11 所示。

光耦合元件是兩根非常靠近的導波管<sup>(21)</sup>，造成光波在單獨之導波管裡能量被互相吸引，並且在彼此波導裡互相傳遞能量，只要藉著調整其同步現象及耦合係數便可控制其交換能量。一些主動元件及被動元件常是利用耦合元件之耦合機制來達成某一目的。大部份之耦合元件對於極化現象非常的敏感，當波導被強烈地耦合時，極化現象非常重要；即使在較弱之波導結構中，如果元件之長度夠長的話，極化現象仍然是非常地重要，因此若以純量 BPM 來計算光耦合元件時，誤差量一定是相當大。

計算參數  $D = 0.45 \mu\text{m}$ 、 $S = 1.05 \mu\text{m}$ 、 $n_1 = 1.5$ 、 $n_2 = 1.3$ 、 $n_0 = 1.42$ ，入射波長為  $1.15 \mu\text{m}$ ，格點大小取  $\Delta x = \Delta z = 0.5 \mu\text{m}$ ，計算區域為  $10 \mu\text{m} \times 500 \mu\text{m}$ ，右邊波導之  $z$  軸起始位置為  $0.42 \mu\text{m}$ ，計算結果如圖 12。

從圖 12 左可明顯看出，光波能量從左邊導入而直接被導引到右邊，然後又從右邊被導引到左邊，如此週而復始地在兩邊導波管裡互相交換能量

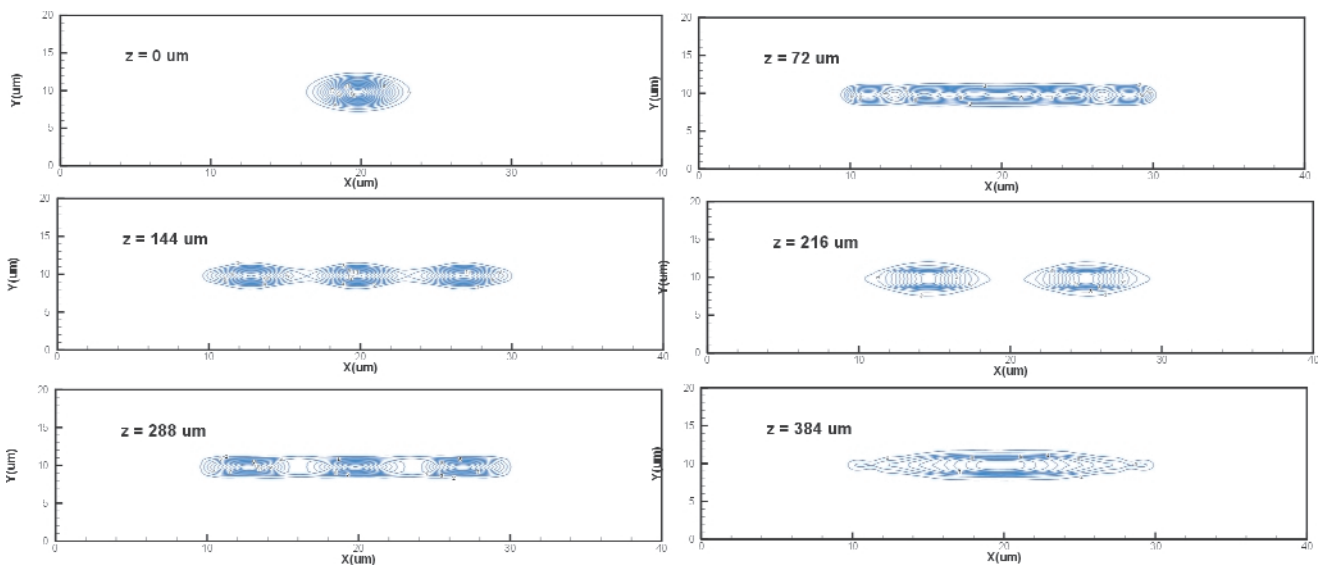


圖 8. 分佈在各個不同  $z$  斷面之電場等高線圖。

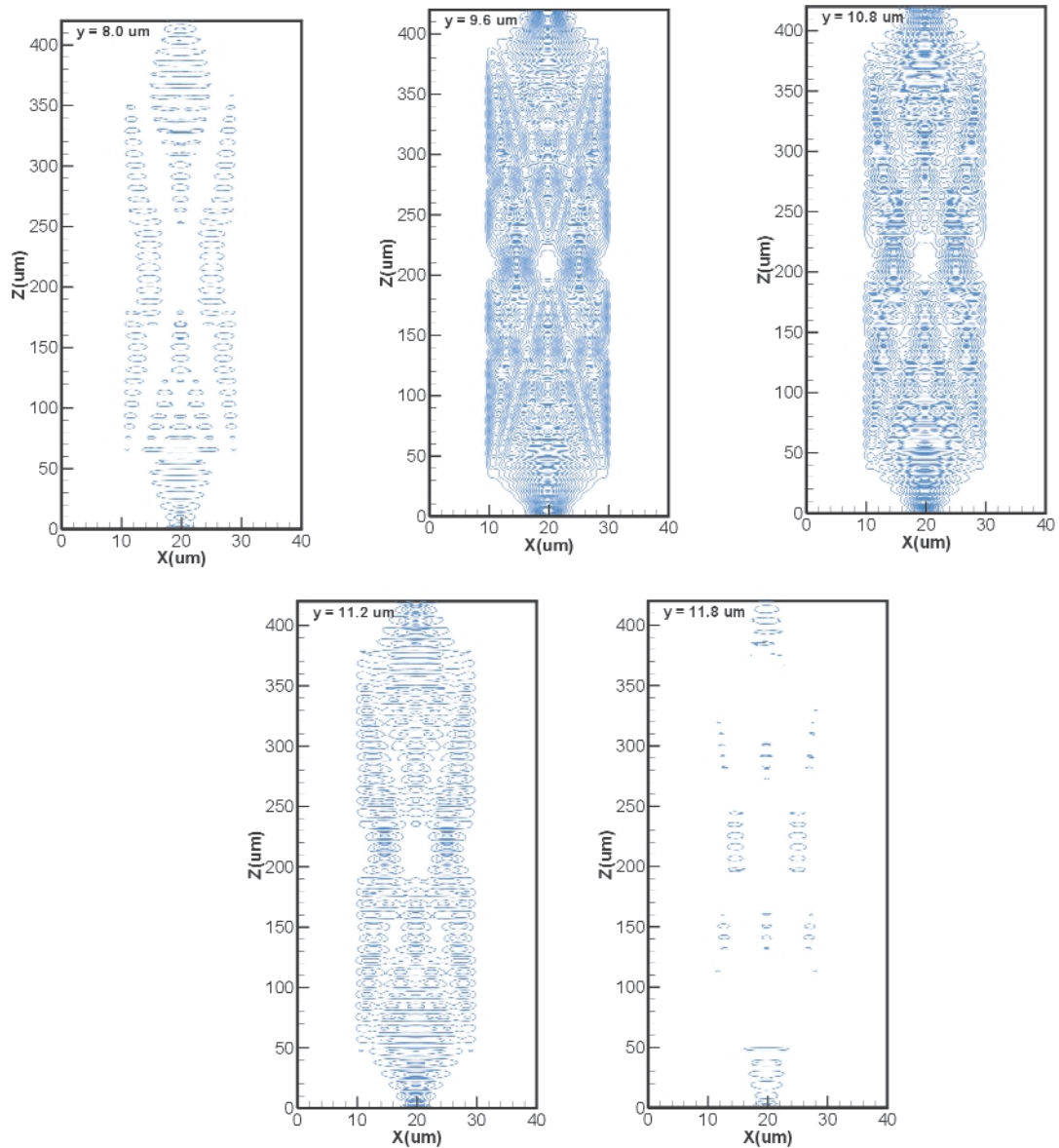


圖 9. 分佈在各個不同  $y$  斷面之電場等高線圖。

而往下傳遞；從圖 12 中間可看出電場值隨著  $z$  軸之不同波形變化，圖 12 右是電場強度在左右兩邊波導之分佈情形。本計算之格點取為  $201 \times 1001$  點，但由於是二維的 BPM 計算，因此在電腦 PIII 1 GHz 之執行時間只花了短短的幾秒鐘，可見 BPM 其運算效率非常好。

### 3. 大角度 BPM

以上兩節所探討之 BPM 方法，不管是純量、半向量或是完全向量之計算，均是在小角度之範圍

裡，也就是在旁軸近似的假設條件下才成立，如果遇到導波管之彎曲度超過較大角度時，所使用之簡化的 BPM 方程式就需要修正以降低其計算誤差量。因為當導波管彎曲角度較大時，對於電場之二次微分項  $\partial^2 u / \partial z^2$  就不能被忽略了，一般最常用之修正法為多階段 Padé (multistep Padé-based wide-angle technique) 方法<sup>(22)</sup>，以下就作一簡略說明。

要推導大角度之 BPM 方程式可從考慮緩漸變場之 Helmholtz 波方程式 (16) 式開始。由於 (16) 式是省略二次微分項  $\partial^2 u / \partial z^2$  的概略式，若以符號  $D$

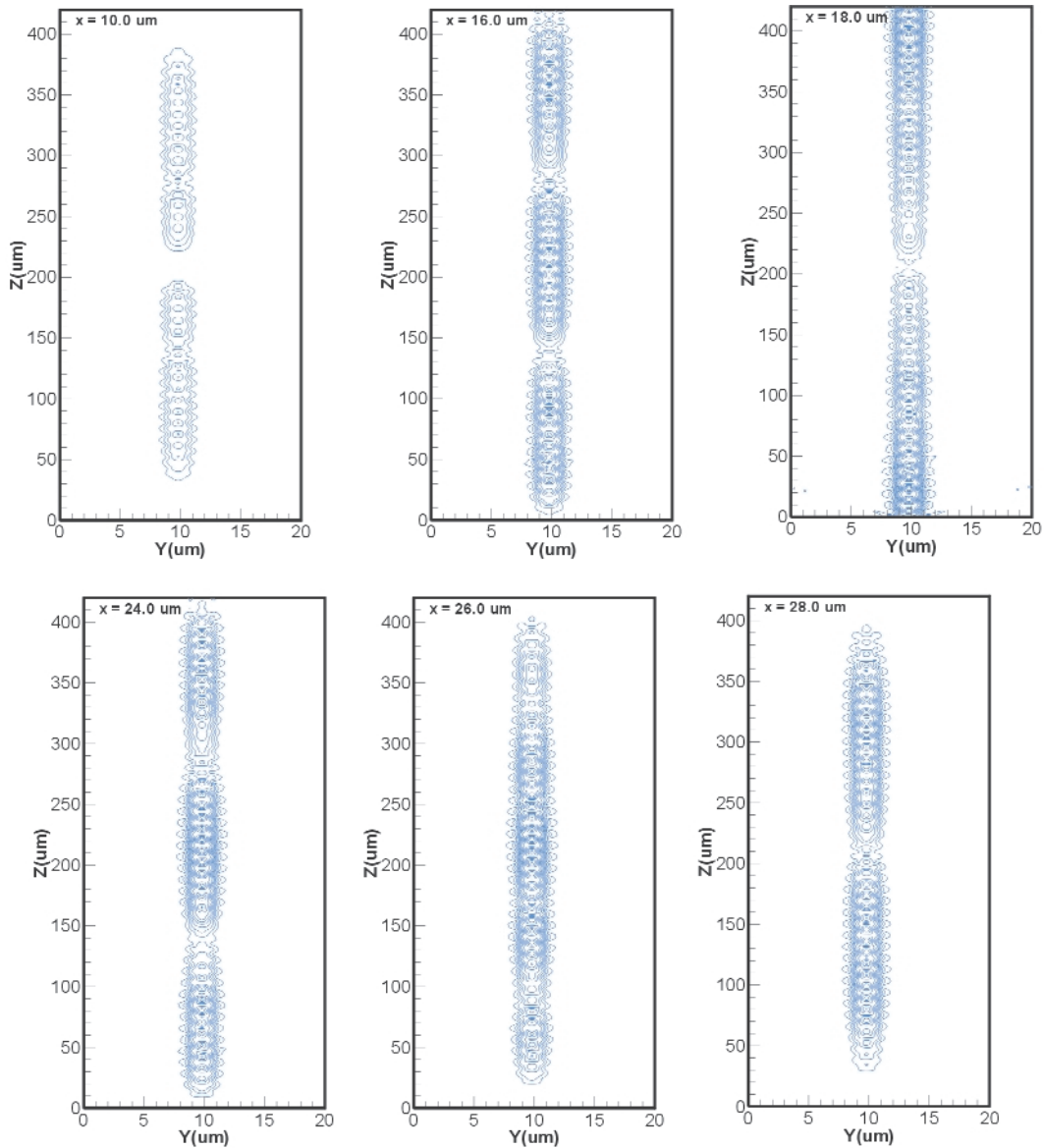


圖 10. 分佈在各個不同  $x$  斷面之電場等高線圖。

代表  $\partial/\partial z$ ，則  $\partial^2 u/\partial z^2$  就可由  $D^2$  來表示，將  $D$  當作是一微分運算子而放在方程式之另一邊，則 (16) 式可被視為是  $D$  之二次方程式而對  $D$  來求解，因此可得到以下之一階微分方程式：

$$\frac{\partial u}{\partial z} = j\bar{k}(\sqrt{1+P}-1)u \quad (24)$$

$$P \equiv \frac{1}{\bar{k}^2} \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + (k^2 - \bar{k}^2) \right) \quad (25)$$

上式方程式可被視為是波之單行道，因為其中之一階導數只允許波往前走 (如果符號取相反時波就往後走，但無法使波往前或往後同時存在)。雖然 (24) 式只能允許波單方向前進，但仍然是一無任何忽略之精確式，困難的是要求得其解必須對上式  $z$  積分，但其中有一複雜運算子  $P$  存在。這有幾種方法可處理，其中一種方法是以 Taylor 展開式，取第一階項就同於旁軸近似之 BPM 方程式解，若取較高階項就能得到一精確大角度 BPM 方程式解。而另一種方法就是本文所使用之 Padé 多項式

表 5. Padé 多項式之各種階數概略表示式。

Padé 次數 ( $m, n$ )	$N_m$	$D_n$
(1,0)	$P/2$	1
(1,1)	$P/2$	$1+P/4$
(2,2)	$P/2+P^2/4$	$1+3P/P^2/16$
(3,3)	$P/2+P^2/2+3P^3/32$	$1+5P/4+3P^2/8+P^3/64$

展開式，因為在相同階數之情況下，它比 Taylor 展開式會得到更精確的解<sup>(22)</sup>，因此所得到之大角度方程式如 (26) 式。

$$\frac{\partial u}{\partial z} = j\bar{k} \frac{N_m(P)}{D_n(P)} u \quad (26)$$

其中分子和分母之  $N_m$ 、 $D_n$  分別是運算子  $P$  之多項式的階數 ( $m, n$ )，其概略表示式如表 5 所示。

當 (26) 式被採用後，一些大角度波導問題、高折射率對比問題及較複雜之模態干涉問題等，均可被用來求解，此修正方法也可被應用在一般的自由空間問題。若將表 5 代入 (26) 式，以 (2, 2) 階為例：

$$\begin{aligned} D(u^{i+1} - u^i) &= -j\Delta z N \left[ (1-\alpha)u^i + \alpha u^{i+1} \right] \\ D &= 1 + \frac{3P}{4k_0^2 n_0^2} + \frac{P^2}{16k_0^4 n_0^4}, \quad N = \frac{P}{2k_0 n_0} + \frac{P^2}{4k_0^3 n_0^3} \\ \left( 1 + \frac{3P}{4k_0^2 n_0^2} + \frac{P^2}{16k_0^4 n_0^4} \right) (u_i^{i+1} - u_i^i) &= \\ -j\Delta z \left( \frac{P}{2k_0 n_0} + \frac{P^2}{4k_0^3 n_0^3} \right) \left[ (1-\alpha)u_i^i + \alpha u_i^{i+1} \right] & \\ \left[ 1 + \frac{3+2k_0 n_0 j\Delta z \alpha}{4k_0^2 n_0^2} P + \frac{1+4k_0 n_0 j\Delta z \alpha}{16k_0^4 n_0^4} P^2 \right] u_i^{i+1} & \\ = \left[ 1 + \frac{3-2k_0 n_0 j\Delta z (1-\alpha)}{4k_0^2 n_0^2} P + \frac{1-4k_0 n_0 j\Delta z (1-\alpha)}{16k_0^4 n_0^4} P^2 \right] u_i^i & \end{aligned} \quad (27)$$

其他階數也可推導成類似 (27) 式，再將  $P$  導成有限差分形式就可進行計算。本文以一 Y 型光波導來進行 BPM 大角度之模擬設計，其波導結構如圖 13(a) 所示，計算結果則如圖 13(b)，由圖中可看出 Padé 之高階項能有較佳之模擬結果。

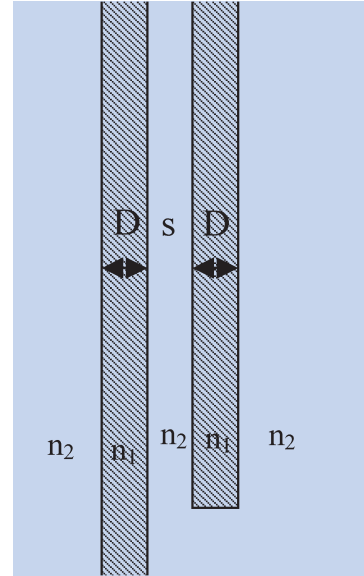


圖 11. 光耦合元件之結構示意圖。

#### 四、有限差分時域法

有限差分時域法 (FDTD) 對於積體光學來說是一種非常廣泛的求解方法，特別是非常適合於光能隙元件 (photonic bandgap device) 問題之計算，此時如果以 BPM 來求解光能隙元件，將是非常不合適的。問題是求解 FDTD 之三維問題所需之記憶體加上時間項那是非常的龐大，又加上它的運算時間非常的久 (和 BPM 方法比起來可能是幾秒鐘比上幾小時)，因此限制了 FDTD 方法的應用。關於 FDTD 之基本理論及介紹可參考一些文獻及書籍<sup>(23-24)</sup>，其求解過程是利用有時間項之 Maxwell 方程式直接積分再表成離散式以進行求解。假設一線性 (linear)、等向 (isotropic)、非色散 (nondispersive) 之含時間項 Maxwell 方程式如 (28) 式。

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_x}{\partial t} &= \frac{1}{\epsilon} \left[ \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} - (J_{\text{source}_x} + \sigma E_x) \right] \\ \frac{\partial E_y}{\partial t} &= \frac{1}{\epsilon} \left[ \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} - (J_{\text{source}_y} + \sigma E_y) \right] \\ \frac{\partial E_z}{\partial t} &= \frac{1}{\epsilon} \left[ \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} - (J_{\text{source}_z} + \sigma E_z) \right] \end{aligned} \quad (28)$$

(28) 式是電場之含時間項之偏微分方程式， $\epsilon$  是材料之介電常數 (permittivity)、 $\sigma$  是材料之傳導率 (conductivity) (若是一非傳導之材料或是空氣就設為 0)，含源項之電流密度項  $J_{\text{source}}$  在本文是設為零。而磁場之含時間項偏微分方程式類似 (28) 式。若取電場之其中一項以進行離散化如下 (29) 式。

其他之電場分量也可如 (29) 式予以導出。從上式可將輸入之電場及磁場值計算得到一新的電場分量值，再丟入含時間項之磁場離散式以得到新的磁場分量值，彼此交換計算後得到最後結果。在計算過程中所採用之邊界條件是不同於本文 BPM 所使用之穿透邊界，而是文獻中最喜愛之完美匹配吸收邊

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_x}{\partial t} &= \frac{1}{\epsilon} \left[ \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} - \sigma_x E \right] \\ \frac{(E_x)_{i,j+1/2,k+1/2}^{n+1/2} - (E_x)_{i,j+1/2,k+1/2}^{n-1/2}}{\Delta t} &= \frac{1}{\epsilon_{i,j+1/2,k+1/2}} \left[ \frac{(H_z)_{i,j+1,k+1/2}^n - (H_z)_{i,j,k+1/2}^n}{\Delta y} \right. \\ &\quad \left. - \frac{(H_y)_{i,j+1/2,k+1}^n - (H_y)_{i,j+1/2,k}^n}{\Delta z} - \sigma_{i,j+1/2,k+1/2} (E_x)_{i,j+1/2,k+1/2}^n \right] \\ (E_x)_{i,j+1/2,k+1/2}^{n+1/2} &= (E_x)_{i,j+1/2,k+1/2}^{n-1/2} + \frac{\Delta t}{\epsilon_{i,j+1/2,k+1/2}} \left\{ \frac{(H_z)_{i,j+1,k+1/2}^n - (H_z)_{i,j,k+1/2}^n}{\Delta y} \right. \\ &\quad \left. - \frac{(H_y)_{i,j+1/2,k+1}^n - (H_y)_{i,j+1/2,k}^n}{\Delta z} - \sigma_{i,j+1/2,k+1/2} \left( \frac{(E_x)_{i,j+1/2,k+1/2}^{n+1/2} + (E_x)_{i,j+1/2,k+1/2}^{n-1/2}}{2} \right) \right\} \end{aligned} \quad (29)$$

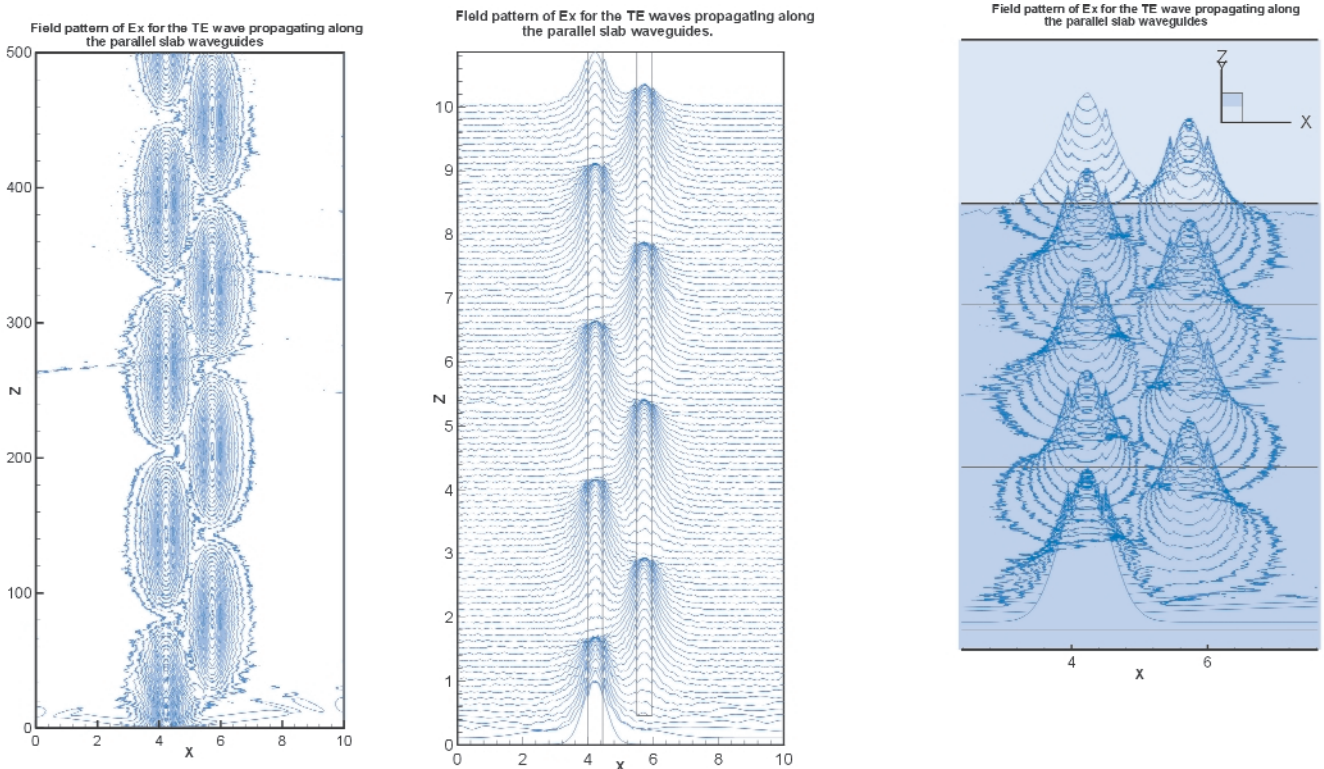


圖 12. 光耦合元件之電場等高線圖 (左) 及在不同  $z$  軸斷面之電場圖形 (中)，及其強度大小 (右)。

界層 (perfectly matched layer absorbing boundary conditions) PML, 此方法是由 Berenger 在 1994 年首先提出, 可參考文獻<sup>(2,5)</sup>。PML 是假設有一人工材料層在計算域之四周圍, 使其滿足某一方程式而吸收由計算域所傳來之訊息, 在許多之文獻中可證明 PML 之吸收邊界能成功地吸收由計算域所傳出之電磁波, 其吸收程度遠比其他之邊界條件理想, 以下首先介紹 PML 所滿足之方程式:

$$\begin{aligned} \left(\epsilon_2 \frac{\partial}{\partial t} + \sigma_y\right) E_{xy} &= \frac{\partial}{\partial y} (H_{zx} + H_{zy}), & \left(\mu_2 \frac{\partial}{\partial t} + \sigma_y^*\right) H_{xy} &= \frac{\partial}{\partial y} (E_{zx} + E_{zy}) \\ \left(\epsilon_2 \frac{\partial}{\partial t} + \sigma_z\right) E_{xz} &= -\frac{\partial}{\partial z} (H_{yx} + H_{yz}), & \left(\mu_2 \frac{\partial}{\partial t} + \sigma_z^*\right) H_{xz} &= \frac{\partial}{\partial z} (E_{yx} + E_{yz}) \\ \left(\epsilon_2 \frac{\partial}{\partial t} + \sigma_z\right) E_{yz} &= \frac{\partial}{\partial z} (H_{xy} + H_{xz}), & \left(\mu_2 \frac{\partial}{\partial t} + \sigma_z^*\right) H_{yz} &= \frac{\partial}{\partial z} (E_{xy} + E_{yz}) \\ \left(\epsilon_2 \frac{\partial}{\partial t} + \sigma_x\right) E_{yx} &= \frac{\partial}{\partial x} (H_{zx} + H_{zy}), & \left(\mu_2 \frac{\partial}{\partial t} + \sigma_x^*\right) H_{yx} &= \frac{\partial}{\partial x} (E_{zx} + E_{zy}) \\ \left(\epsilon_2 \frac{\partial}{\partial t} + \sigma_x\right) E_{zx} &= \frac{\partial}{\partial x} (H_{yx} + H_{yz}), & \left(\mu_2 \frac{\partial}{\partial t} + \sigma_x^*\right) H_{zx} &= \frac{\partial}{\partial x} (E_{yx} + E_{yz}) \\ \left(\epsilon_2 \frac{\partial}{\partial t} + \sigma_y\right) E_{zy} &= -\frac{\partial}{\partial y} (H_{xy} + H_{xz}), & \left(\mu_2 \frac{\partial}{\partial t} + \sigma_y^*\right) H_{zy} &= \frac{\partial}{\partial y} (E_{xy} + E_{xz}) \end{aligned}$$

其中  $\sigma$ 、 $\sigma^*$ 、 $\mu_2$  及  $\epsilon_2$  是一人造吸收邊界材料常數, 其必須滿足下式:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \sigma_y = \sigma_z = \sigma \\ \sigma_x^* &= \sigma_y^* = \sigma_z^* = \sigma^* \\ \sigma^* &= \sigma \frac{\mu_2}{\epsilon_2} \end{aligned}$$

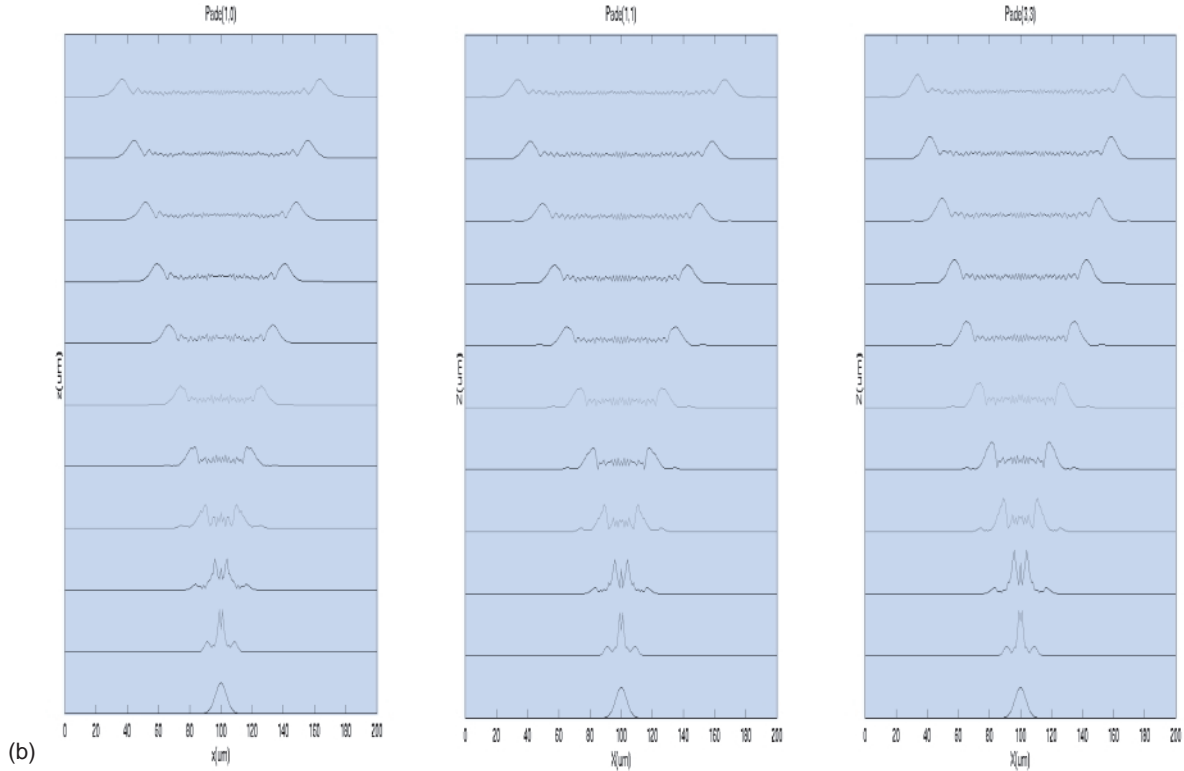
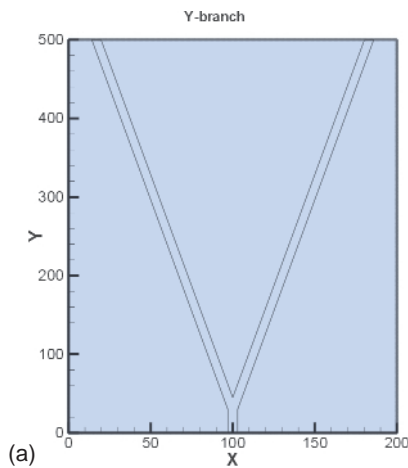


圖 13. (a) Y 型光波導結構。

(b) Y 型光波導結構之計算結果, 依次為 Padé (1,0), Padé (1,1) 及 Padé (3,3) 階數。

本文先以一簡單之光耦合元件問題計算來和 BPM 之計算結果作一比較，如圖 14 所示。

雖然在  $y$  軸之距離不一樣，但相關之折射率及波導寬度取相同，可看出所使用之 FDTD (右邊圖) 方法求解之結果有類似現象。FDTD 由於時間步距之關係，其格點間距取  $0.05 \mu\text{m}$  以滿足數值其穩定之條件，而隨著時間的改變，在相同的位置其運算結果會有週期性之變化；在執行速度上是比 BPM 慢得多，因此若取  $y$  軸長度和 BPM 一致時，花費之計算時間將更久。將其 Poynting 向量圖及其放大後繪畫如圖 15 所示。

若以 FDTD 之方法來設計本中心之波導型微光學解多工器之分析時，由於是一複雜的凹面聚焦鏡加上光柵 (concave grating) 之波導結構，本文先模擬紅光之波長在自由空間中傳遞，而結構依次是光柵、透鏡，然後才是光柵加上透鏡之複合元件。參數之設定波長是以紅光  $650 \text{ nm}$  為主、對於不同之幾何結構格點取  $0.05 \mu\text{m}$ 。

圖 16 是以 FDTD 來模擬一紅光通過一微小透鏡 (材料為 PC) 之結果，該微小透鏡之直徑為  $30 \mu\text{m}$ ，聚焦在  $44 \mu\text{m}$  處附近，其聚焦點非常地小。由圖 17 可看出其光波由空氣通過透鏡時是由一疏介質 (光強度較疏鬆) 通過一密介質 (透鏡)，而輸入

之平行光也由於透鏡之曲率而改變為球面波。

接下來由 FDTD 來模擬紅光波長通過一簡單之二元光柵，所給定之光柵的深度  $1 \mu\text{m}$ ，間距為  $0.5 \mu\text{m}$ ，入射光和光柵呈  $90^\circ$  垂直，結果如圖 18(a) 所示，由圖中可看出，當一平行光通過該光柵後所呈現之繞射三道光結果，分別是  $+1$  級、 $0$

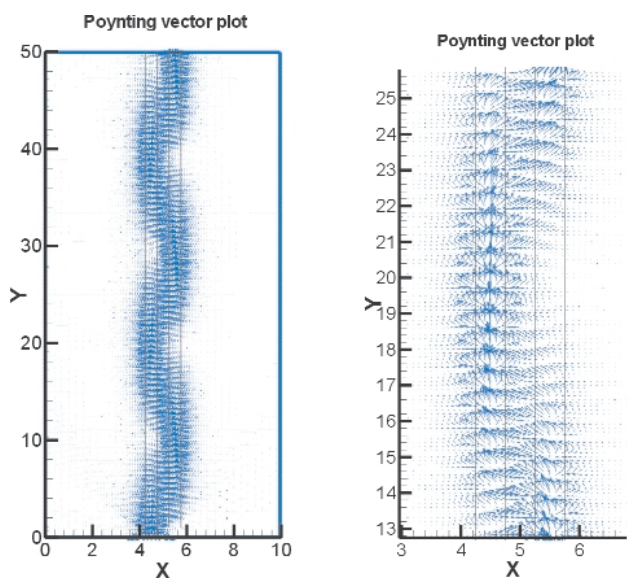


圖 15. FDTD 模擬之光耦合元件 Poynting 向量圖。

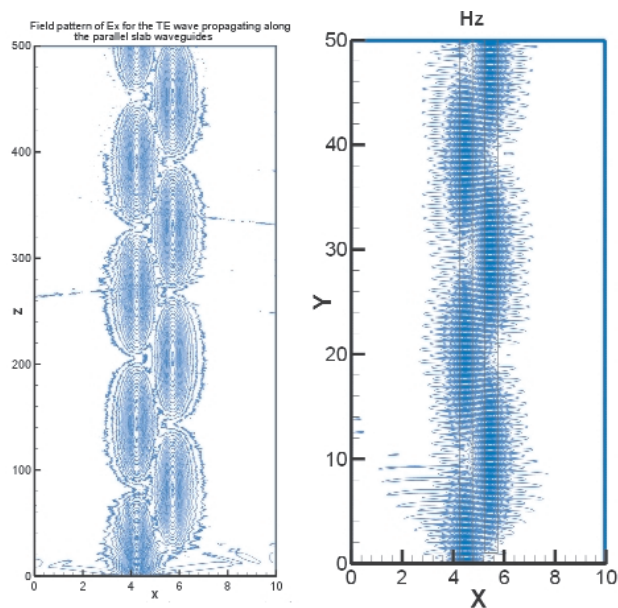


圖 14. 光耦合元件之計算結果比較。

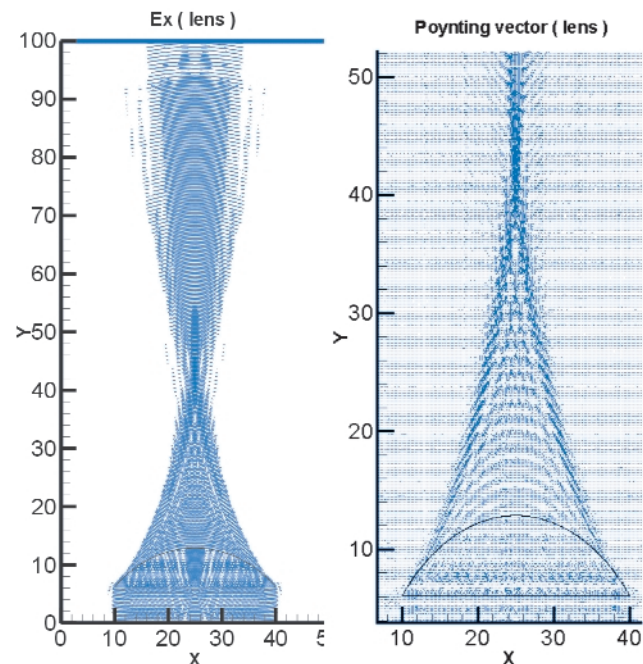


圖 16. 紅光通過一微小透鏡之 FDTD 模擬結果。

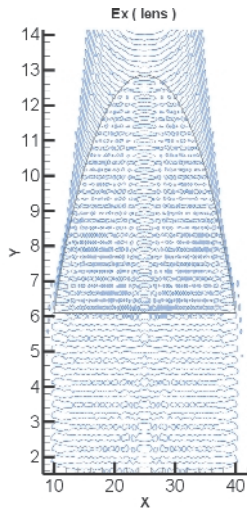


圖 17. 光波由空氣之疏介質通過透鏡之介質。

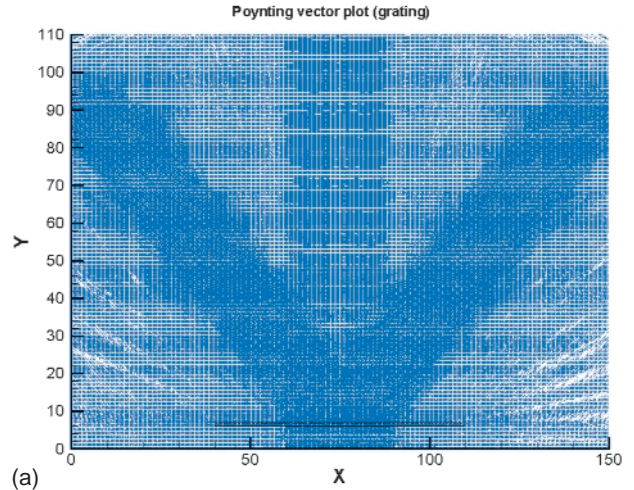
級及  $-1$  級，而  $+1$  級和  $-1$  級是強度相同之對稱結果， $0$  級強度則較其他  $+1$ 、 $-1$  級弱許多，這現象和使用 Gsolver 之計算結果相穩合。圖 18(b) 是其放大圖。

若將透鏡和光柵加在一起，就成為一穿透複合元件，它包含著聚焦及分光之複合功能，計算結果如圖 19(a) 及 (b) 所示。

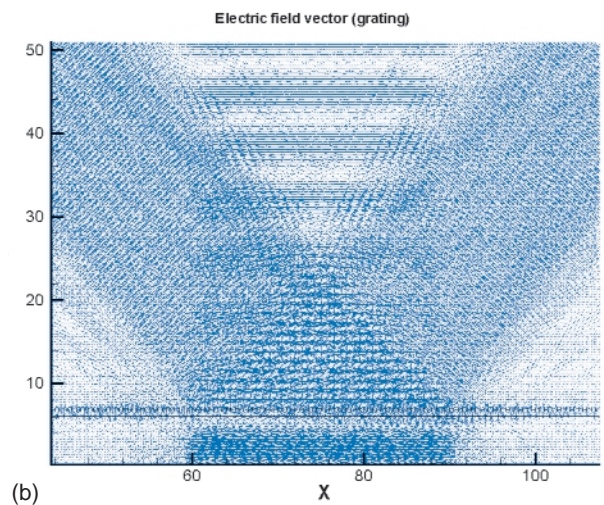
由圖 19(a) 可知紅光通過該複合元件時，會呈現繞射出三道光然後聚焦之現象，而其他  $\pm 2$  級以上之繞射則呈現出非常弱的情形。圖 19(b) 是其放大圖，由圖中可看出光波在通過元件後之繞射光的每一級最外圍強度比中間來得強。圖 19 是光先通過光柵元件再通過透鏡之結果，反過來說，若是先通過透鏡再通過光柵，其結果就如圖 20(a) 及 (b) 所示。

由圖 20(a) 及 (b) 可發現，當光柵加在透鏡之曲率部份時，所呈現之繞射級數增加了  $+2$  級與  $-2$  級，也因此造成在  $+1$  級或是  $-1$  級部份之強度有減弱的缺點，但此元件在光波之聚焦處則有減小的優點。總的來說，若是較多波長輸入時需要解析度大之元件可採用圖 20，若需要強光波訊號可選用光柵在透鏡之前，結果如圖 19，圖 19 及 20 兩者之透鏡直徑均為  $30 \mu\text{m}$ 。

若改為反射式元件則計算結果如圖 21(a)、(b) 及 (c) 所示，從圖中可發現其複合反射元件之繞射



(a)



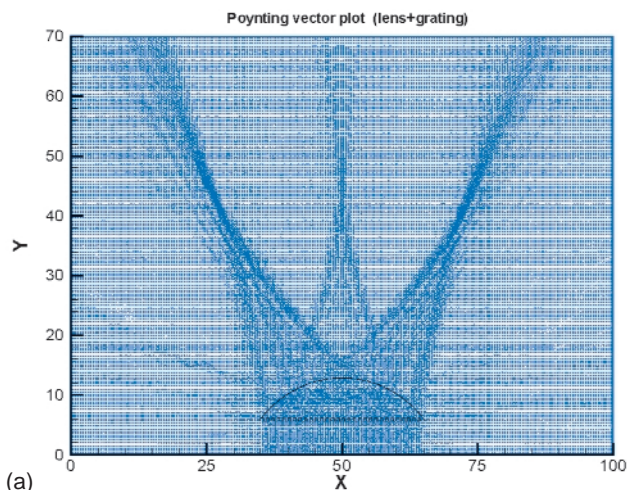
(b)

圖 18. (a) FDTD 計算光波通過一元光柵之繞射結果。(b) 光波通過一元光柵之繞射結果放大圖。

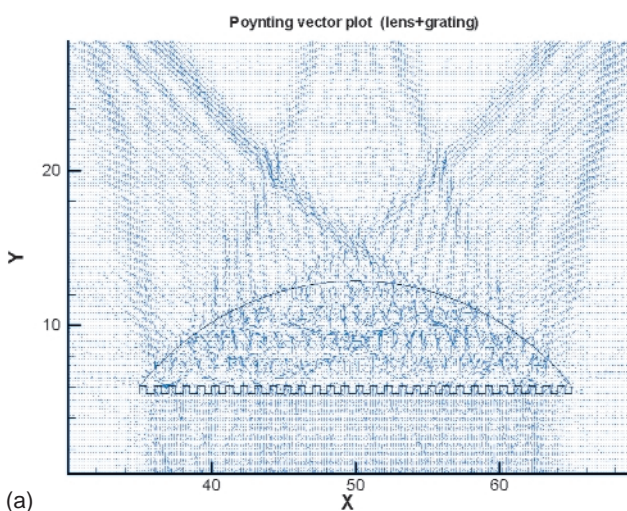
$0$  級光束最強、 $-1$  級次之，而  $+1$  級光束則出現較特殊之模糊狀況。

#### 四、結論

本文對於光波導元件之設計作了一完整的介紹，並有相關之計算結果，在模態之求解法對於半向量之 Helmholtz 波方程式有求解出相關最大之模態及其電場分佈情形，其中改變三種不同波導結構。對於用 BPM 求解光波導元件之方法，本文有計算出三維旁軸近似之簡單波導結構、二維向量之



(a)

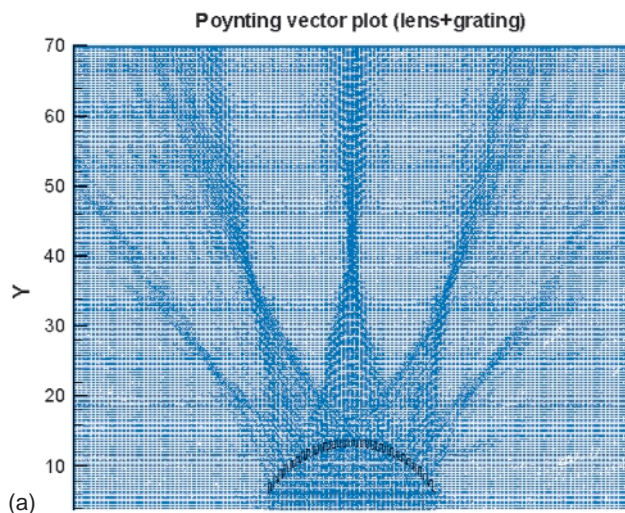


(a)

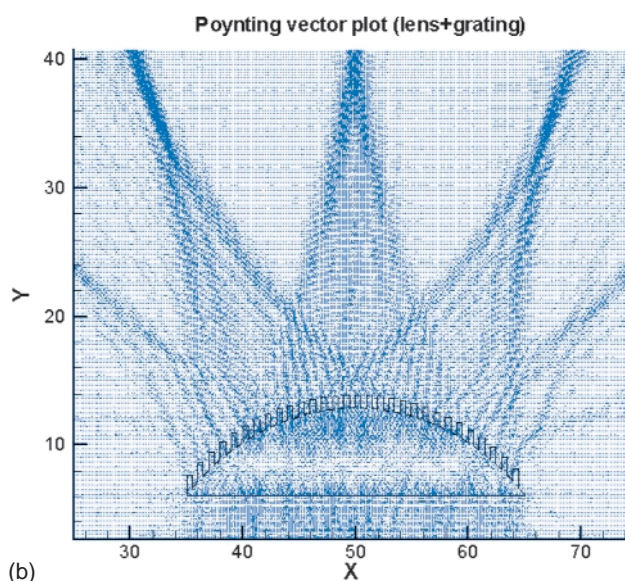
圖 19. (a) 紅光通過一複合元件 (透鏡 + 光柵) 之 FDTD 模擬結果的繞射聚焦圖。(b) 紅光通過一複合元件 (透鏡 + 光柵) 之 FDTD 模擬結果的繞射聚焦放大圖。

光耦合元件，及提出 Padé 之修正旁軸近似條件之大角度 BPM 求解方法，其修正方法所使用之最高階數取 (3, 3) 就足以應付大部份之大角度光波導計算。

最後一部份本文提出了 FDTD 之有限差分時域方法來求解光波導問題，FDTD 以往是最常被使用在解天線之電磁波問題，也被使用在求解行動電話之電磁波對人體大腦影響，最近之光子晶體 (photonic crystal) 問題能使光波作  $90^\circ$  轉彎，也可使用 FDTD 之設計。本文使用 FDTD 方法求解了透鏡、二元光柵元件，及其二者混合之複合元件，可



(a)



(b)

圖 20. 光柵在透鏡之曲率部份所呈現之繞射情形。

清楚的瞭解光波之分光及聚焦情形，其結果可應用在光波導之解多工器上。

最近光通訊之應用與日俱增，光波導元件佔有重要地位，其中高密度多工器 / 解多工器 (DWDM) 更是最重要的元件。目前製作高密度波長多工器的技術可以分為四種，分別為光學濾片式、光纖光柵式、光纖耦合器以及光波導方式，這四種方式已有商品化產品推出，但從實際的製作觀點來說，光纖耦合器只能做到八個波長通道，由於成本低廉適合區域網路；光學濾片式最多約在 32 波長通道內，而光纖光柵及光波導型式可以做到 64 個波長通道以上，適合長途的通訊網路。如果再配合現在之半

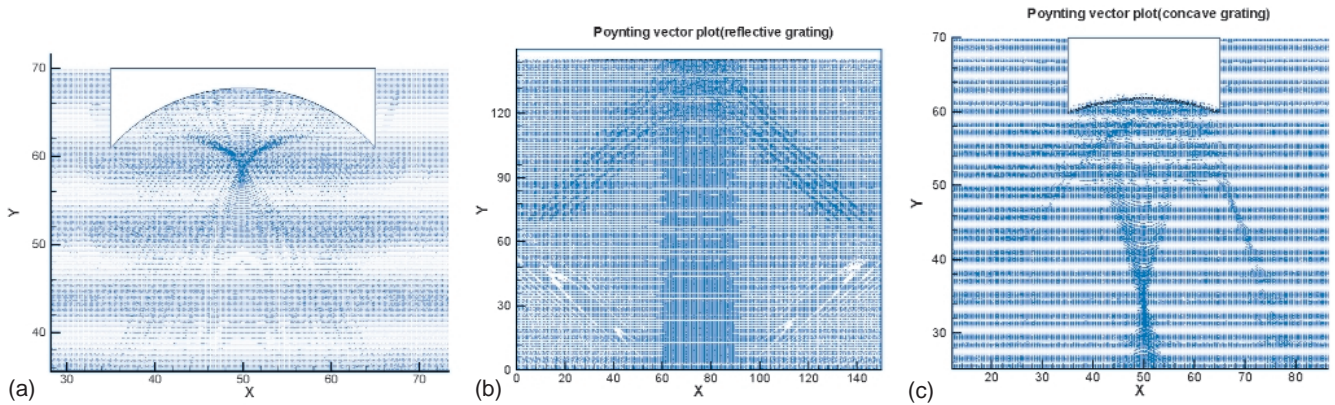


圖 21. 紅光經由凹面鏡、光柵及其複合元件後之反射結果。

導體製程技術，就可以大大降低其生產成本了，目前 AWG (arrayed waveguide grating) 之解多工器就是此趨勢的表現。

### 參考文獻

1. J. Wilkinson, *The Algebraic Eigenvalue Problem*, Charendon Press (1977).
2. L. W. Johnson and R. D. Riess, *Numerical Analysis*, Addison-Welsey (1977).
3. S. Seki, T. Yamanaka, and K. Yokoyama, *Proc. Inst. Elect. Eng.*, **138**, 123 (1991).
4. K. L. Johnson, M. S. thesis, University of Minnesota, Department of Electrical Engineering (1993).
5. L. Eldada, M. N. Ruberto, R. Scarmozzino, M. Levy, and R. M. Osgood Jr., *J. Lightwave Technol.*, 1610 (1992).
6. M. Levy, L. Eldada, R. Scarmozzino, R. M. Osgood Jr., P. S. D. Lin, and F. Tong, *Photon. Technol. Lett.*, 1378 (1992).
7. L. Eldada, M. N. Ruberto, M. Levy, R. Scarmozzino, and R. M. Osgood Jr., *J. Lightwave Technol.*, 1588 (1994).
8. I. Illic, R. Scarmozzino, R. M. Osgood Jr., J. T. Yardley, K. W. Beeson, and M. J. McFarland, *J. Lightwave Technol.*, 996 (1994).
9. IEICE Trans. Commun (1977).
10. M. C. Shih, M. Hu, M. B. Freiler, M. Levy, R. Scarmozzino, R. M. Osgood Jr., I. W. Tao, and W. I. Wang, *Appl. Phys. Lett.*, 2608 (1995).
11. L. Eldada, R. Scarmozzino, R. M. Osgood Jr., D. C. Scott, Y. Chang, and H. R. Fetterman, *J. Lightwave Technol.*, 2034 (1995).
12. M. H. Hu, Z. Huang, K. L. Hall, R. Scarmozzino, and R. M. Osgood Jr., *J. Lightwave Technol.*, **16**, 1447 (1998).
13. M. Hu, R. Scarmozzino, M. Levy, and R. M. Osgood Jr., *Photon. Technol. Lett.*, **9**, 203 (1997).
14. D. S. Levy, Y. M. Li, R. Scarmozzino, and R. M. Osgood Jr., *Photon. Technol. Lett.*, **9**, 1373 (1997).
15. D. S. Levy, R. Scarmozzino, Y. M. Li, and R. M. Osgood Jr., *Photon. Technol. Lett.*, **10**, 96 (1998).
16. R. Scarmozzino, R. M. Osgood Jr., L. Eldada, J. T. Yardley, Y. Liu, J. Bristow, J. Stack, J. Rowlette, and Y. S. Liu, *Proc. SPIE Photonic West Meeting*, **3005**, 257, San Jose, CA, Feb. (1997).
17. J. Fujita, M. Levy, R. Scarmozzino, R. M. Osgood Jr., L. Eldada, and J. T. Yardley, *Photon. Technol. Lett.*, **10**, 93 (1998).
18. J. Z. Huang, R. Scarmozzino, G. Nagy, M. J. Steel, and R. M. Osgood Jr., submitted for publication.
19. W. P. Huang, and C. L. Xu, *IEEE J. Quantum Electron.*, **29** (10), 2639 (1993).
20. G. Ronald Hadley, *IEEE Quantum Electron.*, **28**, 363, Jan. (1990).
21. W.-P. Huang, C.-L. Xu, and S. K. Chaudhuri, *IEEE J. Quantum Electron.*, **28** (6), 1527 (1992).
22. G. R. Hadley, *Opt. Lett.*, **17**, 1426 (1992).
23. K. S. Yee, *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, **AP-14**, 302 (1966).
24. A. Taflov, *Computational Electrodynamics: The Finite Difference Time Domain Method*, Norwood, MA: Artech House (1995).
25. J.-P. Berenger, *J. Computational Phys.*, **114**, 185 (1994).
26. M.S. Stern, *IEE Proc. Pt. J.*, **135** (1), 56 (1988).
27. R. Scarmozzino, A. Gopinath, R. Pregla, and S. Helfert, *IEEE J. Quantum Electron.*, **6** (1), 150 (2000).