

繞／折射複合透鏡應用於光學系統之設計

Diffractive / Refractive Hybrid Lens Applied to Optical System Design

林暉雄

Hui-Hsiung Lin

在傳統多鏡片的光學成像系統中使用繞射元件來結合折射元件是一種很重要的設計，可使光學系統提高成像品質與消除各種 Seidel 像差。這一類的設計除了可以消除各類像差外，還有消熱差、多焦點等複合功能。這種由非球面折射曲面與多種繞射曲面結構所組成的 kinoform 複合型透鏡，可精確地決定表面浮雕輪廓的設計方法，已有完整推演與研究。由於發展一套適合的設計分法以精確地決定表面浮雕輪廓是一件非常重要的研究；因此，本文探討數種實用的優化設計方式，可準確地計算出繞／折射複合透鏡的相位函數，如利用直接相位函數法、無需使用巨大之虛擬折射率的 Sweatt 模型法或其他方法等等，即可精確地計算 kinoform 的表面輪廓。

Because of improved quality of imaging and corrected Seidel aberration, the design to combine refractive components with diffractive optical element is very important in a traditional multi-component optical system. In addition, the hybrid functions including stigmatic imaging, athermal and multi-focus can be enabled by the design combining diffractive structure and the aspheric refractive curvature of kinoform hybrid lenses. Many methods can determine the exact surface-relief profile and calculate the phase function of the kinoform lens, including direct phase function approach, Sweatt model with not-so-large virtual values of refractive index or other methods etc. Due to the significance of methods that can determine the exact surface-relief profile, this paper surveyed and studied the related criterions in order to find the appropriate methodology for determining the exact surface-relief.

一、前言

早於 1979 年時 Madjidi-Zolbanine 與 Froehly 即

成功地利用光干涉理論與繞射原理的全像元件 (holographic optical element, HOE) 進行成像系統的設計⁽¹⁾，但是由於 HOE 本身具有對波長明顯的色

散現象，且繞射效率很低，其應用並未普及。後續發展出來的體型全像元件 (volume hologram) 繞射效率雖可達 100%，但其記錄全像資訊的重鉻酸明膠易受潮解，故其發展性亦受限制。1988 年，美國林肯實驗室提出二元光學 (binary optics)^(2,3) 的概念後，Swanson 與 Veldkamp 利用此繞射光學元件 (diffractive optical elements, DOEs) 的負色散特性進行消色差設計，此 DOEs 的結構是具有多階相位的透鏡元件，又稱為二元光學透鏡 (binary optical lens, BOL)，他們利用 BOL 進行矯正單透鏡的軸上色差 (on-axis aberrations) 與球差⁽⁴⁾，此充分地展現了 BOL 用於光學系統的潛在優勢。

二元光學元件可視為一旁軸電腦全像透鏡 (paraxial computer-generated holograms lens)，因其結構已量化成多階相位的形式，故有很高的繞射效率，其實此類透鏡實質上即是繞射光學元件。1977 年 Sweatt 提出在一個平面或球面折射透鏡上製作非常薄的 Fresnel 繞射元件 (即所謂的 kinoform 結構) 的理論，稱為 Sweatt 模型，該理論須假設在折射透鏡表面形成一層厚度很薄 (與入射波長相比較) 而且具有龐大折射率 (huge index of refraction，通常大於 10^3-10^4 或趨近於無窮大) 的薄相位披覆 (thin phase screen)⁽⁵⁾。由於該模擬須假設一層具有極大折射率的薄膜，當利用現有之光學設計套裝軟體優化設計時，所得的結果精確度低且可靠度不佳⁽⁶⁾。

傳統的光學系統為了提高成像品質與消除各種像差，大都由多片式透鏡所組合而成。一種由非球

面與多種繞射曲面結構所組合而成的所謂繞／折光學元件 (diffractive/refractive optical element, DROE) 或稱為複合型透鏡 (hybrid lens)，參考圖 1 所示，此種元件具有傳統折射元件的功能，如透鏡、面鏡、稜鏡等，又擁有繞射元件的特殊性能，如 HOE、DOEs、CGH (computer-generated holograms, CGH)、繞射光柵等。整體上，複合型透鏡具有消除各類像差與完美成像外 (參考圖 1(a))，還有多波長多焦點 (如 DVD 雙焦點讀寫頭⁽⁷⁾，參考圖 1(b)) 與減少光學系統的透鏡數等複合功能 (如在視場角 60 度目鏡系統中，引入兩片複合型透鏡後，整個系統只需三個元件⁽⁸⁾，參考圖 1(c))。該複合透鏡巨觀而言，是由雙凸／凹、凹凸或平凸／凹非球面所形成，而微觀時，其中之一折射面是由許多繞著光軸的同心環帶所組成之繞射結構 (kinoform)，其主要功能是使高階的繞射光束具有較短的焦距或消除特定色差等，這種複合透鏡可廣泛應用於手機相機、數位／傳統相機、投影機鏡頭系統與 DVD/R/W、CD-R/W/ROM 或 MO 等光碟機之讀寫頭上。

在文獻中常見的光學系統除了將 kinoform 透鏡應用於無限遠物體的成像外⁽⁹⁾，更常見的案例是對有限遠的物體產生共軛像⁽¹⁰⁾，若未進行任何調整而將無限遠物體成像的 kinoform 透鏡應用於有限遠的物體共軛像系統時，將會產生嚴重的球差⁽¹¹⁾，即使是中等口徑的透鏡，也有必要針對每一個確定的物像共軛位置，分別設計其對應的波帶座標及其表面閃耀輪廓 (blaze profile)。

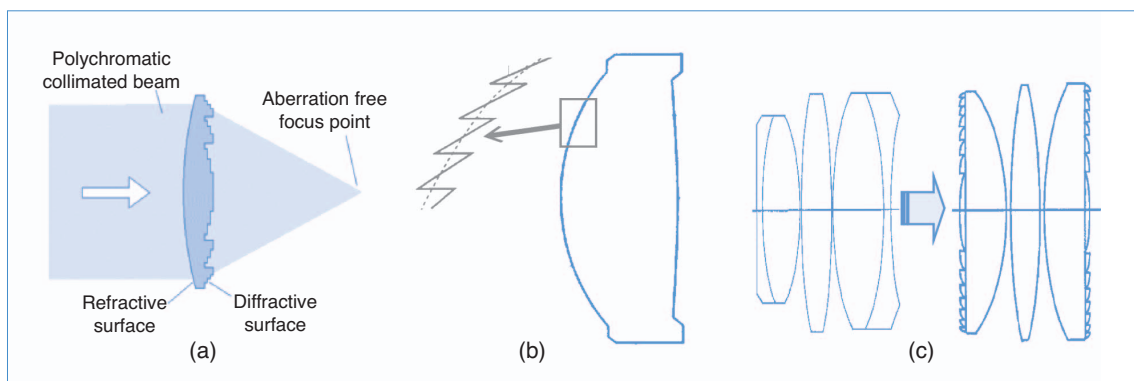


圖 1. 繞／折複合型透鏡三種類型的元件與系統示意圖。(a) 消色差複合透鏡，(b) 雙焦點 DVD 讀寫頭複合型物鏡，(c) 在視場角 60 度目鏡系統中，引入兩片複合型透鏡後，整個系統只需三個元件。

近年來，繞／折射複合型透鏡已逐漸地應用在有限共軛像或光學讀取頭之物鏡等裝置⁽¹²⁾，尤其在大口徑有限共軛光學成像系統上所要求設計的 kinoform 透鏡或在其光學系統中要求具備高品質消色差或消球差等的 kinoform 輪廓，在這些大口徑的環帶輪廓上易產生誤差，有些研究學者對於這些複合型透鏡表面上所設計輪廓近似解的正確性，也提出高度質疑^(13,14)。因此，提出可精確地計算其表面浮雕的分析方法是個很重要的課題。例如 1993 年 Hazra 所提出的半解析法 (semi-analytical approach)⁽¹¹⁾，主要是以 Fermat 原理為基礎，所以又稱為幾何法。翌年 Hazra 再提出直接相位函數優化法 (direct phase function optimization approach)⁽¹⁴⁾，主要是引入相位元素觀念來進行光束追跡與優化。爾後，Hazra 再提出 Sweatt 模型相位函數法 (Sweatt model phase function approach)⁽⁶⁾，該計算法是以 Sweatt 模型為理論基礎的一種相位函數優化法。

以下將針對學術上常見的繞／折射複合透鏡的理論作說明，接著介紹文獻上成功地利用上述設計方法，將繞／折射複合透鏡應用於光學系統的設計案例與研究經驗，最後總結一些設計上的心得。

二、設計原理

以數學的角度而言，繞／折射複合透鏡中折射元件表面上的繞射面結構，無論 HOE、CGH 或 DOEs 等 kinoform 繞射結構，皆可等效於折射率無限大且厚度無限小的薄透鏡模型^(15,16)，利用此類模型可以直接使用幾何光學理論對 kinoform 繞射成像的色差與像差特性進行分析模擬。基於此薄透鏡模型，由於已經忽略其他高階繞射的可能性，故下面的分析僅考慮其 +1 階繞射現象。對於旋轉對稱的 kinoform DOEs 其相位函數表示式為：

$$\phi(R) = \frac{2\pi}{\lambda}(A_1 R^2 + A_2 R^4 + \dots) \quad (1)$$

其中， $\phi(R)$ 為半徑 R 時的相位， A_1 為二次相位係數，即決定該繞射面的旁軸 (paraxial) 光焦度

(power of lens)， A_1 與使用的波長 λ 成正比，所以該項係數用於矯正光學系統的色差，而 A_2 為與非球面相關的係數，主要用於矯正光學系統的單色 Seidel 像差。

1. 消色差複合透鏡 (Achromatic Hybrid Lens)⁽¹⁷⁾

首先探討 DOEs 的色散 (chromatic aberration) 特性。假 DOEs 的中心波長為 λ_d ，焦距為 f_d ，則對應於波長 λ_c 與 λ_f 的焦距與光焦度分別為：

$$f_c = f_d \left(\frac{\lambda_d}{\lambda_c} \right), \quad \phi_c = \phi_d \left(\frac{\lambda_c}{\lambda_d} \right) \quad (2a)$$

$$f_f = f_d \left(\frac{\lambda_d}{\lambda_f} \right), \quad \phi_f = \phi_d \left(\frac{\lambda_f}{\lambda_d} \right) \quad (2b)$$

其中 C、F 分別代表氧原子的紅光與藍光譜線。以傳統薄透鏡折射元件而言，則波長 λ 所對應的光學材料的折射率為 $n(\lambda)$ 時，其光焦度可表示為⁽¹⁸⁾：

$$\phi(\lambda) = \frac{1}{f(\lambda)} [n(\lambda) - 1] c_0 \quad (3)$$

其中， c_0 是折射透鏡元件表面的幾何形狀常數。同理，當 DOEs 的照射波長為 λ_x 時，其等效折射率為 n_x^{eff} ，則從 (3) 式知其光焦度可表示為：

$$\frac{1}{f_x} \Big|_{\lambda=\lambda_x} = [n_x^{\text{eff}} - 1] c_0 \quad (4)$$

因此照射波長為 λ_x 時，DOEs 的等效折射率 n_x^{eff} ，表示如下：

$$n_x^{\text{eff}} = 1 + \frac{1}{c_0 f_x} = 1 + \frac{\lambda_x}{c_0 f_d \lambda_d} \quad (5)$$

另外，傳統薄透鏡折射元件之光學材料的阿貝數 V_d^R (此即色散的倒數，定義為： $V_d^R = n_d - 1 / (n_f - n_c)$) (> 20)。而 DOEs 的等效阿貝數 V_d^D 為 (後面有推導過程)： $V_d^D = \lambda_d / (\lambda_f - \lambda_c) = -3.452$ ，其中， λ_f 、 λ_d 、 λ_c 分為 $0.4861 \mu\text{m}$ 、 $0.5876 \mu\text{m}$ 、 $0.6563 \mu\text{m}$ 。將上

表 1.

繞射元件與折射元件色差特性比較表。其中下標代表波長， $\lambda_2 < \lambda_1 < \lambda_3$ ， ϕ 為光焦度， K 為常數， C 為曲率， n 為折射率，而且 $|V^R| > |V^D|$ ，表示 DOE 有較大的色散。

色差特性	折射元件 (ROE)	繞射元件 (DOEs)
光焦度	$\phi = (n - 1)\Delta C$	$\phi = K\lambda$
阿貝數	$V_1^R = \frac{(n_1 - 1)}{(n_2 - n_3)} > 0$	$V_1^D = \frac{\lambda_1}{(\lambda_2 - \lambda_3)} < 0$
部分色散	$P = \frac{(n_1 - n_3)}{(n_2 - n_3)}$	$P = \frac{(\lambda_1 - \lambda_3)}{(\lambda_2 - \lambda_3)}$

述公式一般化後整理成表 1，經由表 1 可知，折射元件具有正色散特性，而繞射元件則具有負色散特性，且繞射元件具有較大的色散值。再經由表 1 與 (7) 式知，DOEs 的色散特性與玻璃材質無關，只與波長相關，此現象與傳統折射透鏡的色散性質大異其趣。

由於 DOE 具有負色散特性，因此可以與折射元件合組成複合元件，使其具有消色差之基本特性，參考圖 2 所示。若所設計的複合元件之中心波長為 λ_H ，則繞射元件的光焦度可表示為 $\phi_D(\lambda_H) = K\lambda_H$ ，且折射元件的光焦度可表示為 $\phi_R(\lambda_H) = [n_R(\lambda_H) - 1]\Delta C$ 。故所設計的消色差複合透鏡的總光焦度 $\phi_H(\lambda_H)$ 表示如下：

$$\phi_H(\lambda_H) = \phi_D(\lambda_H) + \phi_R(\lambda_H) \quad (6)$$

對於長波長 λ_L 及短波長 λ_S 而言，折射元件的光焦度可以改寫成：

$$\phi(\lambda_L) = [n_R(\lambda_L) - 1] \cdot \left[\frac{1}{R_{1,R}} - \frac{1}{R_{2,R}} \right] + K\lambda_L \quad (7)$$

$$\phi(\lambda_S) = [n_R(\lambda_S) - 1] \cdot \left[\frac{1}{R_{1,R}} - \frac{1}{R_{2,R}} \right] + K\lambda_S \quad (8)$$

依據消色差之基本定義知，長短波長之焦距必須重合，亦即焦距相等，則可得： $\Delta\phi = \phi(\lambda_L) - \phi(\lambda_S) = 0 \Rightarrow \phi(\lambda_L) = \phi(\lambda_S)$ ，將上式與 (7) 與 (8) 式整理後，可得到：

$$[n_R(\lambda_L) - n_R(\lambda_S)] \cdot \left[\frac{1}{R_{1,R}} - \frac{1}{R_{2,R}} \right] = K(\lambda_S - \lambda_L) \quad (9)$$

而將 $\phi_D(\lambda_H)$ 與 $\phi_R(\lambda_H)$ 之表示式代入 (9) 式，可得：

$$\left[\frac{\phi_R(\lambda_H)}{V_H^R} + \frac{\phi_D(\lambda_H)}{V_H^D} \right] = 0 \quad (10)$$

其中， V_H^R 與 V_H^D 分別為折射元件與繞射元件之阿貝數，表示為：

$$V_H^R = \frac{n_R(\lambda_H) - 1}{n_R(\lambda_S) - n_R(\lambda_L)}, \quad V_H^D = \frac{\lambda_H}{\lambda_S - \lambda_L} \quad (11)$$

最後將 (6) 與 (10) 兩式解聯立，可以得到：

$$\left\{ \begin{aligned} \phi_D(\lambda_H) &= \left[1 - \frac{V_H^R}{V_H^D} \right]^{-1} \phi_H(\lambda_H) \end{aligned} \right. \quad (12a)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \phi_R(\lambda_H) &= \left[1 - \frac{V_H^D}{V_H^R} \right]^{-1} \phi_H(\lambda_H) \end{aligned} \right. \quad (12b)$$

或表示成焦距形式：

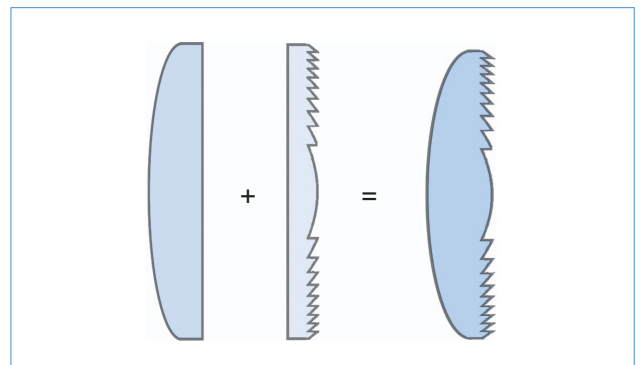


圖 2. 複合元件的結構示意圖，可等價於繞射元件與折射元件的組合。

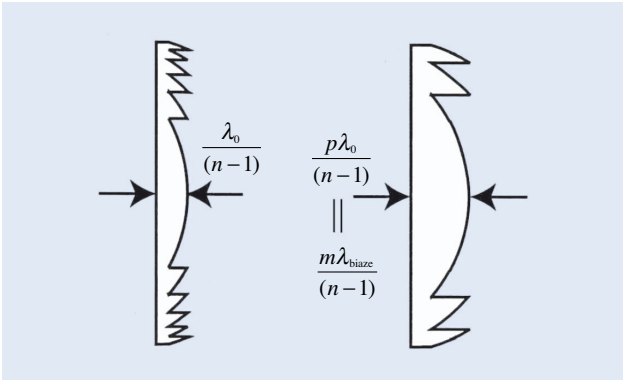


圖 3. 諧振繞射元件結構示意圖。

$$\begin{cases} f_D(\lambda_H) = \left[1 - \frac{V_H^R}{V_H^D} \right] f_H(\lambda_H) & (13a) \\ f_R(\lambda_H) = \left[1 - \frac{V_H^D}{V_H^R} \right] f_H(\lambda_H) & (13b) \end{cases}$$

由上述之推導可知，經由所設計之消色差複合透鏡的光焦度 $\phi_H(\lambda_H)$ 或焦距 $f_H(\lambda_H)$ ，即可推算所需要的折射元件與繞射元件的光焦度 ($\phi_R(\lambda_H), \phi_D(\lambda_H)$) 或焦距 ($f_R(\lambda_H), f_D(\lambda_H)$)。

2. 諧振繞射元件

1995 年 Sweeney、Sommargren⁽¹⁹⁾ 與 Faklis、Morris⁽²⁰⁾ 分別提出諧振繞射元件 (harmonic diffractive optical elements)⁽²¹⁾ 又稱為多級繞射元件 (multi-order DOE)。此觀念可以在一系列分離波長中獲得相同的光焦度，因而在一定的範圍下 (依設計條件要求)，諧振繞射元件可以解決繞射光學元件所具有的大色差缺點。其特色為相鄰的波帶寬是設計波長 λ_0 的整數倍，請參考圖 3。

若元件相鄰環帶間之光程差為設計中心波長 λ 的整數倍 p 時，且空氣中元件之最大厚度為 $p\lambda/(n-1)$ ，對使用波長為 λ 之 m 級諧振繞射次成像的焦距可表示為：

$$f_m(\lambda) = \frac{p\lambda_0}{m\lambda} \cdot f_0 \quad (14)$$

其中， p 為元件的結構參數。若要求 $f_m(\lambda)$ 與焦距 f_0

重合，此時的入射 m 級諧振繞射的光波長即為諧振波長 (harmonic wavelength)，或稱為閃耀波長 (blaze wavelength)，此現象可解決色差問題，即符合條件： $p\lambda_0/m\lambda_{\text{blaze}} = 1$ ，且 λ_{blaze} 可以表示成 $\lambda_{\text{blaze}} = p\lambda_0/m$ ，故諧振繞射元件的第 m 級繞射效率公式可表示為：

$$\eta_m = \sin^2 \left\{ \frac{\lambda_0}{\lambda_{\text{blaze}}} \left[\frac{n(\lambda) - 1}{n(\lambda_0) - 1} \right] p - m \right\} \quad (15)$$

由表 1 與圖 3 觀察可知繞射元件與折射元件之若干特性趨勢：

- (1) 當 $p = 1$ 時，為一般的繞射元件， 2π 相位型，具有強烈繞射特性，色散特性大，焦距 f 與波長 λ 成反比，而材料特性並不影響該元件之光譜特性。
- (2) 當 $p > 1$ 時，即 p 逐漸增大，元件厚度漸增，愈趨近於折射元件特性，此時繞射特性減弱，折射特性增強，材料對元件之光譜特性會有若干影響，此元件即兼具繞／折射特性之複合透鏡，可消除一定範圍 (光譜範圍隨 p 而定) 之色差。
- (3) 當 $p \gg 1$ 時，即 p 趨近於無窮大時，該元件即是一般的折射元件，體積與重量遽增，色散變小，其程度由材料特性決定，此時已經無繞射效應。

由此可知，諧振繞射元件具備了繞射元件與折射元件的優勢，卻也彌補兩者個別的先天缺陷，因而在光學系統中扮演好完美成像的角色。

以文獻上⁽²¹⁾ 可見光波段的設計為例，取 $p = 10$ ，中心波長為 $= 550 \text{ nm}$ ，則其諧振波長分別為 423 nm 、 458 nm 、 500 nm 、 550 nm 、 610 nm 、 678 nm ，且分別對應之繞射級數為 $m = 13$ 、 12 、 11 、 10 、 9 、 8 。其中四級之繞射效率參考圖 4。由圖 4 可知，所有滿足 $\lambda_{\text{blaze}} = p\lambda_0/m$ 的整數 m ，其所對應到的諧振波長皆會聚焦到共同的焦點 f 。因此可知 p 提供了一個設計參數的自由度，可有效地控制在給定光譜範圍內的數種光波能夠匯聚到同一個成像位置上，因而成功地在光學系統中消除色散。

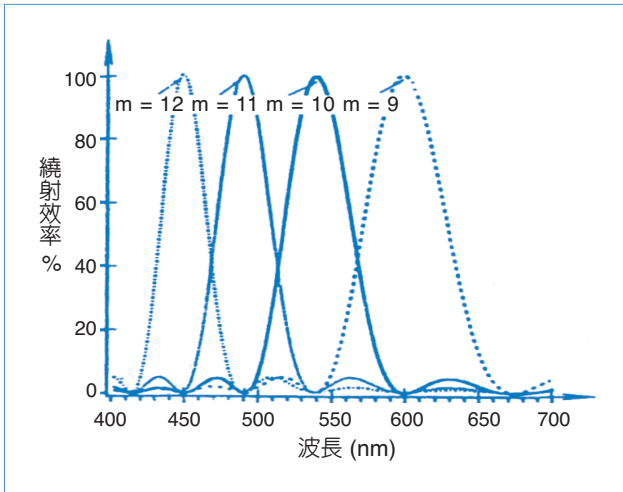


圖 4. 諧振繞射元件在 12、11、10、9 等四級不同之諧振級數下之繞射效率分布圖。

3. 直接相位函數優化法⁽¹⁴⁾

在具有表面輪廓浮雕的繞射透鏡之設計中 (例如 kinoform 透鏡), 繞射元件的功能經常表示成一種相位函數^(5,15,16,22)。尤其與傳統之折射鏡或反射鏡相互結合之多元件透鏡系統 (例如 hybrid 透鏡), 常見之光學設計模擬軟體如 CODE V、OSLO、SOLSTIS/ODYSSEY, Zemax 等, 皆有能力將繞射相位輪廓 (diffractive phase profile) 當成一個元件, 置入所設計的透鏡系統中。將 (1) 式改寫成以圓對稱的繞射相位輪廓來描述 kinoform 透鏡時, 表示式為:

$$\phi(R) = \frac{2\pi}{\lambda} \sum_{i=1}^l A_i R^{2i} \quad (16)$$

其中, $\phi(R)$ 為在半徑 R 時之相位, λ 是中心波長, l 一般取為 5。因此, 吾人設計 kinoform 透鏡時, 即求解 A_i 係數之最佳化, 使其滿足所需透鏡光學系統之功能與效率。

符合上述相位之表面輪廓 $T(R)$ 可表示為:

$$T(R) = \left\{ \left[\phi(R)_{2\pi} \right] \right\} \frac{\lambda}{2\pi(\mu - 1)} \quad (17)$$

其中, $\left[\phi(R)_{2\pi} \right]$ 是指對 $\phi(R)$ 取 2π 的模數 (modulo),

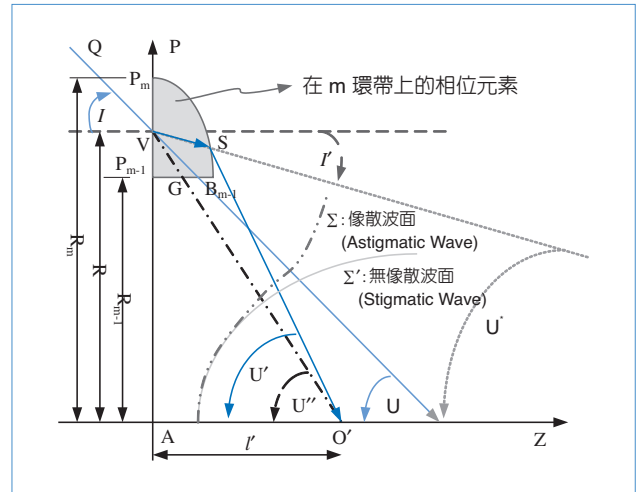


圖 5. 第 m 個相位元素區域之相關光程長度與入射角示意圖。

而 μ 是指 kinoform 繞射表面材料之折射率。通常折射元件之折射率為 n , 兩者勿混淆。此近似方法主要是考慮使繞射元件無限薄時, 即無需計算繞射元件有限的厚度與光路在浮雕結構內的傾斜度。在大部分之設計與應用中, 由於浮雕之厚度為波長的數量級, 這些波長數量級的浮雕結構只是貼附於元件表面, 以至於所設計 kinoform 透鏡的近似表面浮雕結構與正確輪廓外形之差異不會太大⁽⁹⁾。

在 kinoform 透鏡的第 m 個環帶上引入相位元素 (phase element) 區域後, 如圖 5 所示, 所要求之光程長度 (OPL) 為:

$$\delta_m(R) = \frac{\lambda}{2\pi} \left\{ \left[\phi(R)_{2\pi} \right] \right\}_m \quad (18)$$

其中, $\left[\phi(R)_{2\pi} \right]$ 代表在 (R_{m-1}, R_m) 區間內之 $\phi(R)$ 取 2π 的模數。由於, 表面輪廓浮雕是假設在 AP 基本面的右方, 且右方之光程長度為正, 為了調節 $\phi(R)$ 的正負值, 所以此時要求光程長度可改寫成:

$$\Delta_m(R) = \delta_m(R) + s\lambda \quad (19)$$

$$s = \begin{cases} +1, & \text{for } \delta_m \left(\frac{R_m + R_{m-1}}{2} \right) < 0 \\ 0, & \text{for } \delta_m \left(\frac{R_m + R_{m-1}}{2} \right) > 0 \end{cases} \quad (20)$$

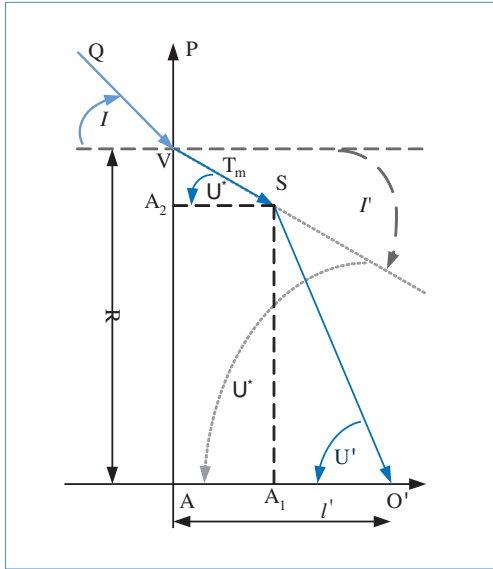


圖 6. 光束經過相位元素內之 P_mSP_{m-1} 路徑後，光束偏折之路程方向與角度示意圖。

其中， s 的選取係使 $\Delta\delta_m(R)$ 為正。即當 $\Delta\delta_m(R) < 0$ 時，修正一個波長使 $\Delta\delta_m(R) = \delta_m(R) + \lambda$ ，當 $\Delta\delta_m(R) > 0$ 時，則 $\Delta\delta_m(R)$ 不變，即 $\Delta\delta_m(R) = \delta_m(R)$ 。

符合 $\Delta\delta_m(R)$ 的表面浮雕輪廓之厚度可表為：

$$T_m(R) = \frac{\Delta_m(R)}{\mu - 1} \quad (21)$$

所以，由第 (24) 式知道，最大之表面浮雕輪廓之厚度為 $\lambda/\mu - 1$ 。

考慮無窮薄的相位元素 P_mP_{m-1} 區域所具有之光程長度為 $\Delta_m(R)$ 時，光束路徑從 $QVGO'$ (未經過相位元素 P_mP_{m-1} 之弧面) 通過後，整個光程長度為 OPL_1 ，其次，若光束經過 P_mSP_{m-1} ，即經過相位元素 P_mP_{m-1} 之弧面，光束路徑從 $QVSO'$ 通過後，整個光程長度為 OPL_2 ，其中 VS 段是光在浮雕內之偏折長度，偏轉角為 I' ，收斂的會聚角度為 U^* ，且 $T_m = VS$ 。由於上述考慮之光束路程皆是由 P_mSP_{m-1} 元素提供的相位改變所形成，故二束光程之長度必須相等，即 $\Delta_m(R) + VO' = \mu T_m + SO'$ ，參考 (圖 6) 可知：

$$\Delta_m(R) + \frac{R}{\sin U^*} = \mu T_m + \frac{R - T_m \sin U^*}{\sin U'} \quad (22)$$

再由幾何關係式可得知：

$$\sin U' = \frac{SA_1}{SQ'} = \frac{SA_1}{[(SA_1)^2 + (A_1O')^2]^{1/2}} \quad (23)$$

其中， $SA_1 = R - VA_2 = R + T_m \cdot \sin I'$ (I' 為負值)， $A_1O' = l' - AA_1 = l' - T_m \cdot \cos I'$ ，所以 (23) 式可以改寫成：

$$\sin U' = \frac{1}{l'} \cdot \frac{R + T_m \cdot \sin I'}{\sqrt{\left(1 - \frac{T_m \cos I'}{l'}\right)^2 + \left(\frac{R + T_m \sin I'}{l'}\right)^2}} \quad (24)$$

同理可以整理出 $\sin U''$ ：

$$\sin U'' = \frac{R}{\sqrt{(l')^2 + (R)^2}} = \frac{1}{l'} \cdot \frac{R}{\sqrt{1 + \left(\frac{R}{l'}\right)^2}} \quad (25)$$

為了使 U' 、 U'' 之符號相吻合，上述 (24)、(25) 二式中將 I' 整理出來 (l' 在右方為正， U' 、 U'' 皆為正)。所以， $U = -I$ ，且 $U^* = -I'$ ，故可以得到

$$\begin{aligned} \sin U^* &= -\sin I' = \frac{1}{\mu} \sin U \\ \cos I' &= \frac{1}{\mu} \sqrt{\mu^2 - \sin^2 U} \end{aligned} \quad (26)$$

再將 (24) 與 (25) 二式代入 (22) 式中，可得二次式：

$$AT_m^2 + BT_m + C = 0 \quad (27)$$

其中係數 A 、 B 、 C 分別可表示成：

$$A = 1 - \mu^2 \quad (28)$$

$$B = 2 \left\{ \mu \left[\Delta_m(R) + l' \left(1 + \frac{R^2}{l'^2} \right)^{1/2} \right] + (R \sin I' - l' \cos I') \right\} \quad (29)$$

$$C = -\Delta_m(R) \left[\Delta_m(R) + 2l' \left(1 + \frac{R^2}{l'^2} \right)^{1/2} \right] \quad (30)$$

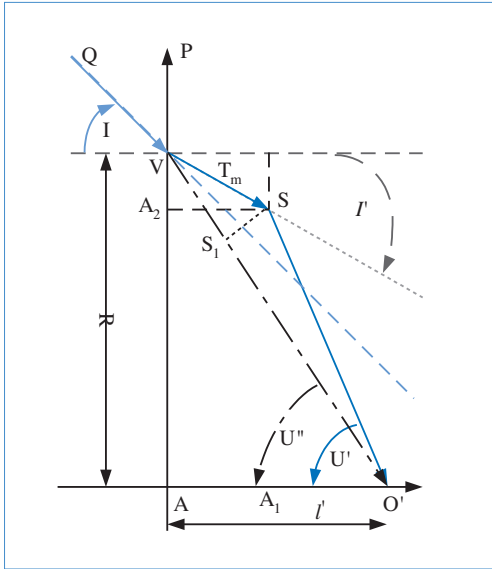


圖 7. 當 l' 趨近於無窮大時，光束經過相位元素內之 P_mSP_{m-1} 路徑後，改經由路徑 VS_1 ，光束偏折之路程方向與角度示意圖。

其中，當 l' 趨近於無窮大，且 U'' 、 U' 趨近於零時，上式之結果皆不成立，故須作數學修正，參考圖 7：

$$\mu T_m = \Delta_m(R) + T_m \cos I' \quad (31)$$

經由上式， T_m 可改成：

$$T_m = \frac{\Delta_m(R)}{\mu - \cos I'} \quad (32)$$

所以， S 於表面浮雕輪廓之座標可以表示為：

$$\begin{cases} x = T_m \cos I' \\ y = R + T_m \sin I' \end{cases} \quad (33)$$

將 (26) 式代入 (33) 後，可得到：

$$\begin{cases} x = \frac{T_m}{\mu} \sqrt{(\mu^2 - \sin^2 U)} \\ y = R - \frac{T_m}{\mu} \sin U \end{cases} \quad (34)$$

其中， T_m 為表面輪廓之厚度如 (32) 式所描述， μ 為已知的 kinoform 繞射透鏡的折射率， U 為已知的入射光之傾斜角，以光學設計軟體中進行優化後，可得出 S 表面浮雕輪廓之正確值。由上述可知，直接相位函數優化法使用在多透鏡無像散 (或消 Seidel 像差) 光學成像系統時，kinoform 繞射面可以是系統的第一面，也可以是系統的最後一面，但不適合置於中間位置。

4. Sweatt 模型相位函數法⁽⁶⁾

為了設計具表面浮雕輪廓的繞射透鏡時 (如 kinoform 透鏡)，設計者會在透鏡材料表面上模擬出一層極薄的薄相位披覆，這些 kinoform 透鏡的模擬與分析通常使用光柵方程式^(15,22) 或 Sweatt 模型^(5,16) 兩種方法。本節主要探討一種改良的 Sweatt 模型。所謂 Sweatt 模型是指在設計 kinoform 透鏡時，必須假設在折射透鏡表面虛擬形成一個具有很薄且具有很大大折射率 (約 $10^3 - 10^4$) 的透鏡，以現有之光學設計軟體進行優化時，精確度較低。以下說明 Hazra 所提出的 Sweatt 相位函數法，其無需使用很高的折射率，即可設計所要之複合式 kinoform 透鏡。

在一個旋轉對稱系統下，kinoform 透鏡的表面輪廓繞射相位函數可以表示為：

$$\phi(r) = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta(r) \quad (35)$$

$$\Delta(r) = \sum_{i=1}^I A_i r^{2i} \quad (36)$$

其中， $\phi(r)$ 是相位差、 $\Delta(r)$ 是在 r 處所對應之光程差、 λ 為工作波長，而 I 一般可取為 5。因此設計 kinoform 透鏡之意，亦即使用商業的光學計算軟體，依據所需的光學系統性能需求，進行求解 (36) 式中之 A_i 係數。

在初階 Seidel 像差的理論基礎上，kinoform 透鏡的設計分析可以藉助於一個已知的非球面薄透鏡之初階像差表示式，來引用 Sweatt 模型，進而經由優化程序，將繞射表面的輪廓係數解出來。過程中，將此透鏡模擬成無軸厚度 (zero axial thickness)

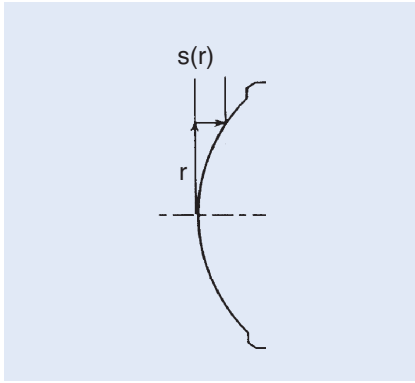


圖 8. 一個旋轉對稱之非球面，其 $s(r)$ 之示意圖。

的薄透鏡，而模型中之表面應該是所要設計基材的表面曲率。例如想要設計之基材是一個平面，因此，基材之表面曲率為零，而另一面允許是一個旋轉對稱之非球面，當半徑為 r 時，其弛垂 (sag) 表示為 $s(r)$ ，參考圖 8。

$$s(r) = \frac{cr^2}{1 + [1 - (k+1)c^2r^2]} + \sum_{i=2}^l A_i r^{2i} \quad (37)$$

其中， k 是圓錐常數， $k = -(\mu_s - 1)^2 - 1$ ，其中 μ_s 是 Sweatt 模型中繞射面的虛擬折射率 (注意，為了區別與折射元件的材料折射率，特意取變數為 μ_s ，而下標 s 則是為了與上一節的直接相位函數優化法的非虛擬折射率有所區隔)。原則上， μ_s 值需足夠大，以使得所模擬之 Sweatt 模型的薄透鏡近似是有效的。若以巨大的折射率 μ_s 為例，則 $k \approx -\mu_s^2$ 。

以任意的初始值來估計未知量的 c 與 A_i 時，此 Sweatt 透鏡可以在符合想要的光學系統性能下，如消色差、多焦點、消像散或其他 Seidel 像差等等，透過傳統的光學設計軟體進行優化。在光學系統中，若元件之厚度很小時，則半徑 r 時之光程差 $\Delta(\mu_s, r)$ 可近似地表示為：

$$\Delta(\mu_s, r) = (\mu_s - 1)s(r) \quad (38)$$

由 (38) 式可知，當較大之 μ_s 值會使得該近似之誤差變得更小。然而在許多的應用中，其 kinoform 透鏡的焦距、半徑皆會使得上述之近似值在實際的用

途上維持得很好⁽⁶⁾，即使是在某些較低的 μ_s 值上。

將 (37) 式中之 $s(r)$ 帶入 (38) 式內，Sweatt 模型中之透鏡在 r 處的光程差，可以改寫成：

$$\Delta(\mu_s, r) = (\mu_s - 1) \left\{ \frac{cr^2}{1 + [1 - (k+1)c^2r^2]} + \sum_{i=2}^l A_i r^{2i} \right\} \quad (39)$$

其中， k 是圓錐常數，當 μ_s 很大時， $k = -(\mu_s - 1)^2 - 1 \approx -\mu_s^2$ 。當 λ 、透鏡半徑與 μ_s 已知時，以任意的初值代入光學設計軟體中進行優化後，即可在滿足 Sweatt 模型的光學性能下，求出此光程差的各個 A_i 係數。

計算出 Sweatt 模型的光程差後，與光程差 $\Delta(\mu_s, r)$ 相對應之相位為 $\phi(r)$ ，由 (35) 式知，所設計之 kinoform 透鏡的相位差可改寫為：

$$\phi(r) = \frac{2\pi}{\lambda} (\mu_s - 1) \left\{ \frac{cr^2}{1 + [1 - (k+1)c^2r^2]} + \sum_{i=2}^l A_i r^{2i} \right\} \quad (40)$$

因此所設計之實際 kinoform 透鏡的表面輪廓之浮雕深度 $T(r)$ 可表示為：

$$T(r) = \{[\phi(r)_{2\pi}]\} \times \frac{\lambda}{2\pi(\mu - 1)} \quad (41)$$

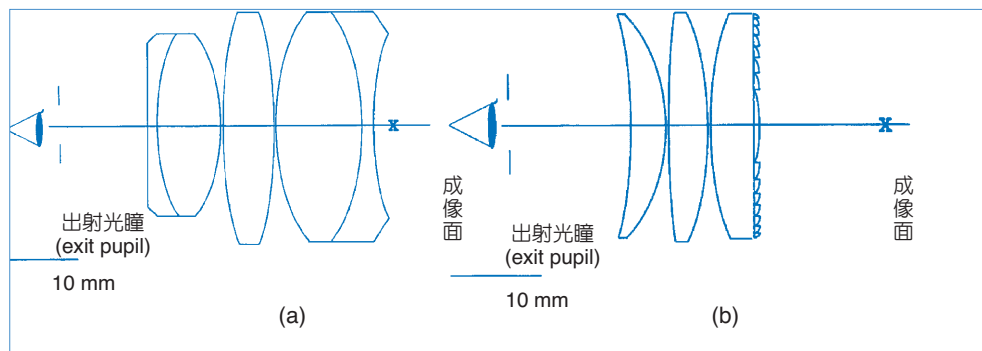
其中， $[\phi(r)_{2\pi}]$ 是指對 $\phi(r)$ 取 2π 的模數，而 μ 是指在 Sweatt 模型中 kinoform 薄透鏡模型上材料之折射率，而不是折射元件的折射率， λ 為所設計之工作波長。利用 Sweatt 模型相位函數法所計算出來的表面輪廓值是個近似解，隨選取的虛擬折射率大小會影響其準確性，此法相較於原始的 Sweatt 模型法是再也無需選取巨大的虛擬折射率進行優化，因為那樣會影響計算值的正確性，以下將有設計案例說明。

三、設計實例

1. 大視場角繞／折射複合目鏡系統⁽⁷⁾

以傳統光學設計而言，要求大視場角、消色差與良好的成像品質，很難全部具備。以 Erfle 目鏡系

圖 9.
大視場角繞／折射複合
目鏡系統結構示意圖。
(a) Erfle 目鏡系統，(b)
繞／折射複合目鏡系
統。



統為例，加入負的消色差透鏡後，會使得系統中表面曲率變大，因而使畸變 (distortion) 與球差 (spherical aberration) 更嚴重。又因光瞳在外且要求大視場角，使得單色像差的矯正變得相當複雜與麻煩。

此時若引入消色差繞／折射複合透鏡於此目鏡系統，原本五片龐大且笨重的 Erfle 目鏡系統立即濃縮成輕巧的三片式繞／折射複合目鏡系統，其綜合性能也大幅提高 (參考圖 9)。

- (1) 正如前文所述，DOEs 具備與 ROE 相反的等效色差，可使系統皆由正透鏡來組成，進而降低了折射透鏡的表面曲率，這也促使優化單色像差較容易。
- (2) DOEs 本身並不會產生 Petzval 場曲 (field curvature)，因沒有引入負透鏡，故場曲自然會降低。
- (3) DOEs 的結構也可以用來矯正大視場角所引起的畸變。
- (4) 最明顯的是元件數量、體積與重量皆減少，因而簡化此系統的光機構設計、降低組裝誤差、降低成本與提升系統整體性能。

設計程序係在 OSLO 光學設計軟體中採用 Sweatt 模型進行系統優化，所設計之消色差光譜範

圍為 588 nm、486 nm、656 nm，繞射面的虛擬折射率為 10^4 ，設計目標與性能，如焦距、 F 數與視場角皆與 Erfle 目鏡系統相同，設計參數如表 2 所示。由兩者之性能比較，可看出繞／折射複合目鏡系統的色差矯正，畸變量皆有顯著優化，最明顯的是重量只有原系統的 1/3，參考圖 9。

2. 有限共軛複合透鏡成像系統⁽¹⁴⁾

在光學系統中，一般經常將 kinoform 透鏡應用於無限遠的成像系統上，若未進行任何調校，將無限遠成像系統中使用的 kinoform 元件應用在有限遠的共軛像系統時，必然會產生嚴重的球差，即使是中等口徑的 kinoform 透鏡，也有必要針對每個已知的物像距之共軛位置，個別設計其所對應的每一個波帶座標與表面閃耀輪廓的結構。因此本節介紹一種設計案例，利用直接相位函數優化法，設計有限共軛成像系統。此繞／折射複合透鏡的結構與相關幾何參數詳如圖 11。設計中心波長為 587.6 nm，該元件之設計原則為決定 AP 面上之 kinoform 表面輪廓，使入射光束經 AP 面後可以在軸上 O' 點獲得軸上 O 點的無像散成像 (stigmatic image)。光學材料為 BK7，折射率為 1.51680，其他設計參

表 2.
大視場角繞／折射複合目鏡系統設
計參數。焦距 (f): 20 mm, F 數:
 $F/2.5$, Sweatt 繞射面相位係數: $A_1 =$
 $-0.001945, A_2 = 4.121263 \times 10^{-6}$ 。

面序號	半徑 (mm)	元件厚度 (mm)	元件材料	孔徑 (半徑 mm)
1	-54.09807	15.81185	BK7	12.8
2	-19.42586	3.92929		12.8
3	157.28572	0.1	BK7	13.0
4	-43.01555	4.03694		13.0
5	34.97115	0.24401	BK7	13.0
6*	0	5.38258		13.0

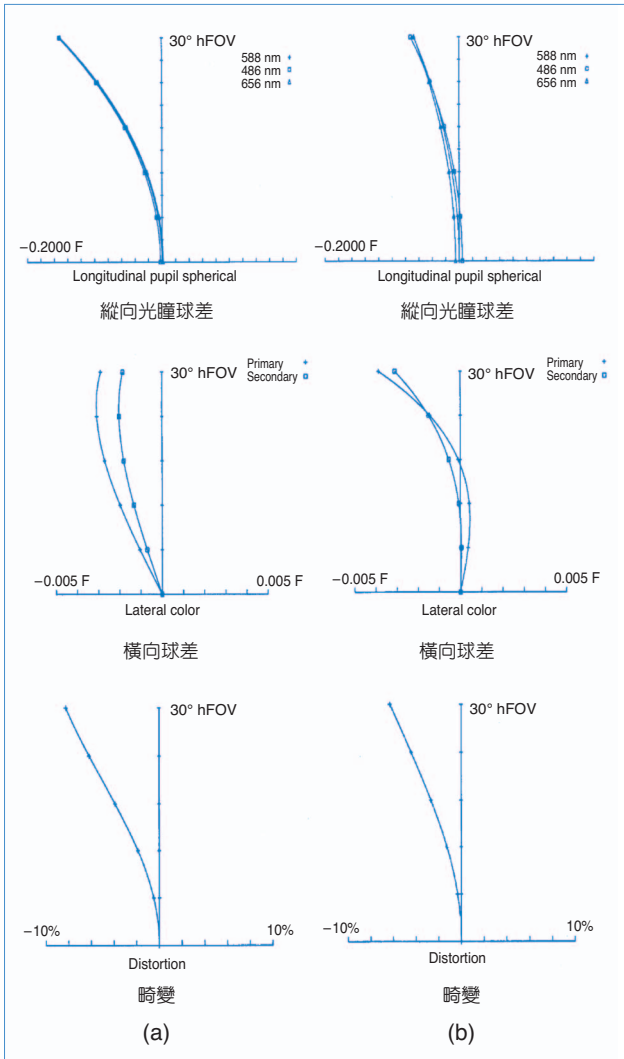


圖 10. 大視場角繞／折射複合目鏡系統像差曲線比較。(a) Erfle 目鏡系統，(b) 繞／折射複合目鏡系統。

數為：物距 $l = 20 \text{ mm}$ ，像距 $l' = 15.37 \text{ mm}$ ，焦距 $f = 100 \text{ mm}$ ，元件半徑 $R = 10 \text{ mm}$ ，軸上厚度 2 mm ，凹面曲率為 0.01818 mm^{-1} 。過程中利用 Code V 光學設計軟體，以直接相位函數優化法直接解出 kinoform 繞射相位輪廓函數 $\phi(r)$ ，或光程差函數 $\Delta(r)$ (兩者等價)，最後經優化後之係數為： $A_1 = -2.5515 \times 10^{-4} \text{ mm}^{-1}$ ， $A_2 = 1.561 \times 10^{-5} \text{ mm}^{-3}$ ， $A_3 = -4.642 \times 10^{-8} \text{ mm}^{-5}$ ， $A_4 = 1.247 \times 10^{-10} \text{ mm}^{-7}$ ， $A_5 = -2.105 \times 10^{-13} \text{ mm}^{-9}$ 。AP 表面輪廓所需要的相位函數值精確解與環帶數及環帶半徑之關係，其數值計算結果如圖 12。

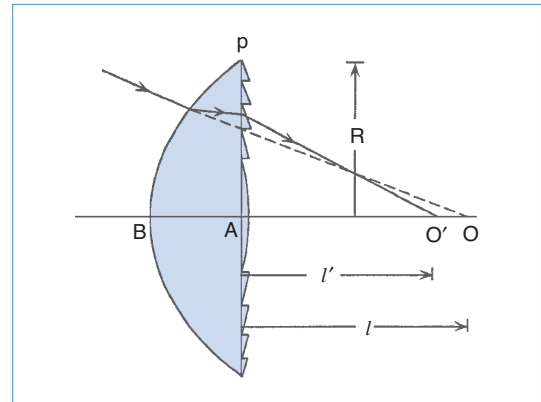


圖 11. 設計消色差繞／折射複合透鏡，使其在 AP 面後 O' 點處產生軸上物點 O 點的無像散成像系統示意圖。

利用直接相位函數優化法，進行有限共軛成像系統的設計案例中，可以發現其數值精確計算的相位函數值與近似解法 (如半解析法)⁽¹¹⁾ 所計算獲得的數值，其誤差會隨著孔徑的增加而逐漸增加。然而，以近似輪廓設計方法所定義的元件上半部的環帶結構中，環帶閃耀輪廓的上邊緣一直平行於光軸，但是實際上經由精確計算的相位函數值卻指出該閃耀輪廓的上邊緣應該是傾斜才正確，如圖 13 所示。

3. 消色差繞／折射複合透鏡⁽⁶⁾

利用 Sweatt 模型相位函數法進行 kinoform 繞射透鏡的設計，此繞射透鏡的結構與相關幾何參數詳如圖 14。設計中心波長為 587.6 nm ，該元件之設計原則為決定 AP 面上之 kinoform 表面輪廓，使入射光束經 AP 面後可以在軸上 O' 點獲得無像散成像。依據 Sweatt 模型，此透鏡假設表面披覆一層零厚度的材料，而材料之虛擬折射率為 μ_s ，其他設計參數為：物距 $l = -120 \text{ mm}$ ，像距 $l' = 600 \text{ mm}$ ，焦距 $f = 100 \text{ mm}$ ，元件半徑 $R = 20 \text{ mm}$ 。過程中利用 Code V 光學設計軟體，以直接相位函數優化法直接解出 kinoform 繞射相位輪廓函數 $\phi(r)$ 或光程差函數 $\Delta(r)$ ，最後經優化後之係數為： $A_1 = -0.005 \text{ mm}^{-1}$ ， $A_2 = 7.292 \times 10^{-8} \text{ mm}^{-3}$ ， $A_3 = -2.513 \times 10^{-12} \text{ mm}^{-5}$ ， $A_4 = 1.090 \times 10^{-16} \text{ mm}^{-7}$ ， $A_5 = -5.067 \times 10^{-21} \text{ mm}^{-9}$ 。文獻上探討利用此設計方法可以無需

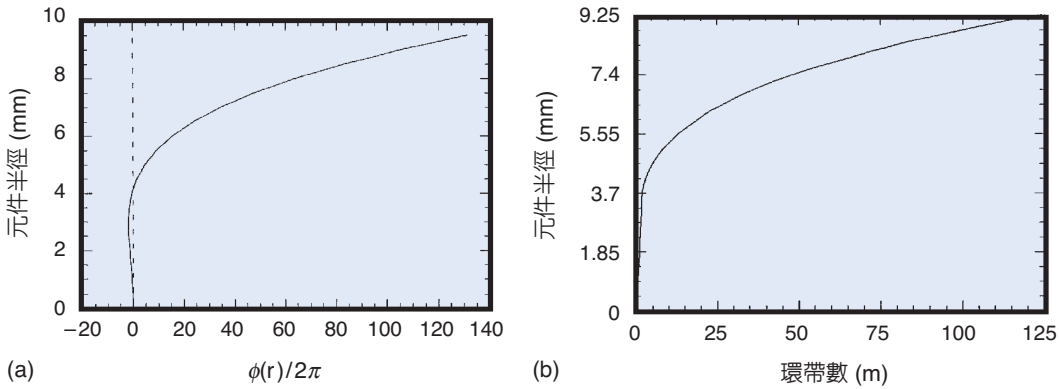


圖 12. 數值計算結果，(a) AP 表面輪廓所需要的相位函數值精確解，(b) 環帶數與環帶半徑之關係。

在 Sweatt 模型中假設巨大的虛擬折射率，即可精確地解出相位輪廓函數。如圖 15 係以一系列的 μ_s 數值，計算 Sweatt 模型的相位函數 $\Delta(\mu_s, r)$ ，然後取其誤差值： $\varepsilon(\mu_s, r) = \Delta(r) - \Delta(\mu_s, r)$ ，作為評估 μ_s 值的大小對相位函數 $\Delta(\mu_s, r)$ 準確性之影響。

若 μ_s 值橫跨 (11, 91) 時，由圖 15(a) 知，當 μ_s 值變動時，發現有一件怪異的曲線行為發生，尤其是當 μ_s 值從 24 變到 25 時，誤差值 $\varepsilon(\mu_s, r)$ 會變負值，這明顯地告訴我們，當 μ_s 值從 24 變到 25 時的 $\varepsilon(\mu_s, r)$ 差異量已經很小。再由圖 15(b) 知，若虛擬折射率 μ_s 大於 101 時，對任何的 r 值，當 μ_s 值遞增時，其相位函數誤差值 $\varepsilon(\mu_s, r)$ 會單調地遞減。而其最大的誤差值發生在 μ_s 值約為 501 時，其誤差值也只有 0.004λ 。然而，其誤差的絕對值開始增加是從 μ_s 大於 25 直到 μ_s 約為 61 為止。雖然

Harza 已經觀察出很小的 μ_s 值在 (24, 25) 區間內，但這結果卻是出乎意料的，實際上也排除了後續再利用這個數值。

同樣的設計方法也可用來設計消像差繞射／折射複合透鏡，此繞射透鏡的結構與相關幾何參數詳如圖 16。一樣是使入射光束經 AP 面後可以在軸上 O' 點獲得軸上物點 O 的無像散成像。設計參數為：複合透鏡的等效焦距為 100 mm，物距 $l_0 = 20$ mm，像距 $l'_1 = 15.37$ mm，焦距 $f = 100$ mm，元件半徑 $R = 10$ mm。折射元件的厚度為 2 mm，材料為 BK7 ($n = 1.54680 @ 0.5876 \mu\text{m}$)，凹面曲率為 0.01818 mm^{-1} ，利用 Code V 光學設計軟體進行優化，同樣以直接相位函數優化法直接解出 kinoform 繞射相位輪廓函數 $\Delta(r)$ 或光程差函數 $\phi(r)$ ，最後經優化後之係數為： $A_1 = -2.551 \times 10^{-4} \text{ mm}^{-1}$ ， $A_2 = 1.561 \times 10^{-5} \text{ mm}^{-3}$ ， $A_3 = -4.642 \times 10^{-8} \text{ mm}^{-5}$ ， $A_4 = 1.247 \times 10^{-10} \text{ mm}^{-7}$ ， $A_5 = -2.105 \times 10^{-13} \text{ mm}^{-9}$ 。同前如圖

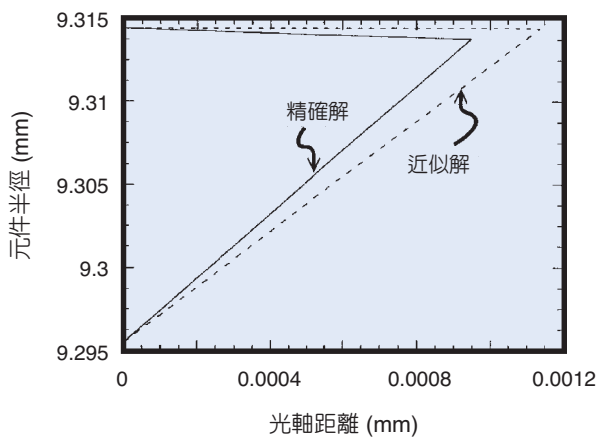


圖 13. Kinoform 結構表面輪廓第 124 環帶的數值計算結果。

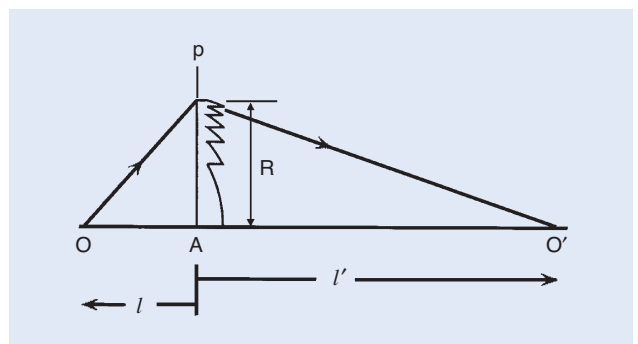


圖 14. 設計 kinoform 繞射透鏡使其在 AP 面後 O' 點處產生 O 點的無像散成像的系統示意圖。

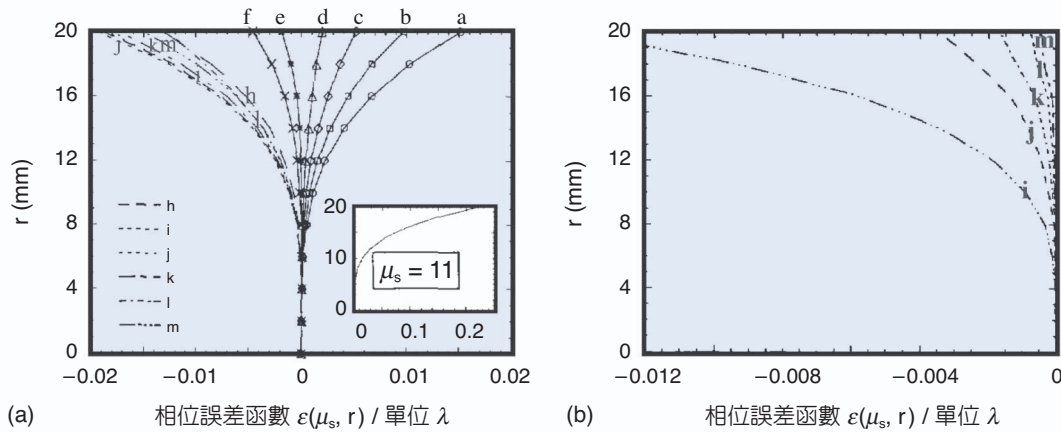


圖 15. 評估各種不同的虛擬折射率 μ_s 對 Sweatt 模型中圖 14 之 kinoform 繞射透鏡的相位函數 $\varepsilon(\mu_s, r)$ 的影響。(a) 圖中的 μ_s 值： $a = 21, b = 22, c = 23, d = 24, e = 25, f = 26, g = 31, h = 41, i = 51, j = 61, k = 71, l = 81, m = 91$ 。(b) 圖中的 μ_s 值： $i = 101, j = 501, k = 1001, m = 3001$ 。

17，係以一系列的 μ_s 數值計算 Sweatt 模型的相位函數 $\Delta(\mu_s, r)$ ，然後取其誤差值： $\varepsilon(\mu_s, r) = \Delta(r) - \Delta(\mu_s, r)$ ，作為評估 μ_s 值的大小對相位函數 $\Delta(\mu_s, r)$ 準確性之影響。

這一個設計案例，由圖 17 可知，有一個較大的相位函數誤差值 $\varepsilon(\mu_s, r)$ 發生在 μ_s 值為 11 時，其值大約是 2.5λ ，而最大相位函數誤差值出現在 μ_s 值約為 501 時，其值可小如 0.01λ 。此案例沒有前例那樣有怪異的曲線行為發生。綜合上述二例，可歸納出當 kinoform 繞射透鏡的相對口徑或 F 數減少時，在 Sweatt 模型中就需要使用較大的 μ_s 值。

4. 其他設計案例

下面介紹一種以諧振繞射元件理論中的相位匹配 Fresnel 元件法 (phase-matched Fresnel elements, PMFEs)^(23,25) 進行複合透鏡的設計，使其具備對熱不敏感的消熱差或無熱輻射 (athermal) 繞射複合透鏡⁽²⁴⁻²⁵⁾。假設對於一個消熱差特性的複合透鏡，其光焦度為 ϕ_H ，則可表示為： $\phi_H = \phi_D + \phi_R$ ，而其淨光-熱的擴展係數 (net opto-thermal expansion coefficient) 表示為： $x_f = x_{f,R}(\phi_R/\phi_H) + x_{f,D}(\phi_D/\phi_H)$ ，其中， $x_{f,R}$ 為折射透鏡的光-熱的擴展係數， $x_{f,D}$ 為繞射透鏡的光-熱的擴展係數。所設計的複合透鏡表面輪廓公式表示為： $r_m^2 = 2m\lambda f_0 + (m\lambda)^2$ ，弛垂值表示

為 $S(r) = [f_0 + m\lambda - (f_0^2 + r^2)^{1/2}]/(\mu - 1)$ ，其中， r_m 為第 m 環帶的半徑， r 為在表面任意弛垂值 $S(r)$ 時的半徑， μ 為複合透鏡的折射率， λ 為複合透鏡的中心波長， f_0 為所設計的焦距。入射光照射到複合透鏡的環帶數 Q ²⁶ 可表為： $Q = [f_0/8\lambda M(F/\#)^2] \cdot (V^D/V^D V^R)$ ，其中， M 為相位匹配數， V^D 為 DOEs 的等效阿貝數， V^R 為 ROE 的阿貝數。

本設計案例係使用諧振繞射元件理論，進行消熱差繞射/折射複合透鏡的設計，其設計參數為：焦距為 $125 \mu\text{m}$ ，數值孔徑 (NA) 為 0.25，元件直徑為 $65 \mu\text{m}$ ，照射環帶數 Q 為 7，相位匹配數 M 為 1。而元件至光纖的端面距離為 $110 \mu\text{m}$ ，詳細幾何結構參考圖 18。經由計算可得， $f_r = -392.6 \mu\text{m}$ ， $f_d = 95.2 \mu\text{m}$ ，其焦距 f_0 在 25°C 的溫度變化範圍下的焦距變異量為 $0.056 \mu\text{m}$ 。由於使 LD 發射面與此複合透鏡盡量地靠近，故本設計假設入射的雷射光是平面波，而且為了降低耦合損耗 (coupling loss)，複合透鏡的 NA 值也應該小於單模光纖的 NA 值。由於入射光波為單色光，所以也不考慮消色差現象。雷射二極體 (LD) 的增益介質是由共振腔波導所組成，而其出射面的光場是具有近似高斯的矩形面光源所形成，且縱向與橫向之發散角比通常在 4 以上，因此有明顯的像散現象，此設計則暫不考慮此行為。

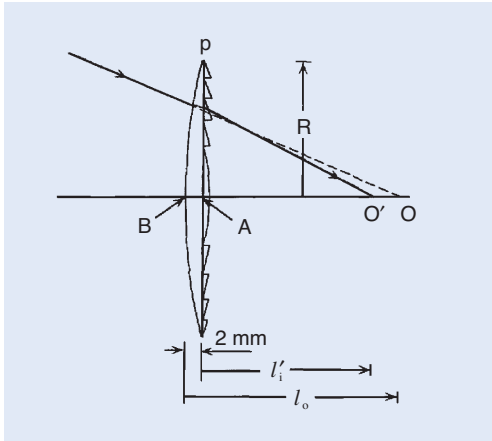


圖 16. 設計消色差繞／折射複合透鏡，使其在 AP 面後 O' 點處產生軸上物點 O 點的無像散成像系統示意圖。

整個設計之原理為：假設參考的場型為平面相位波前與高斯輪廓場型，此時 LD 即具有近似高斯輪廓的場型，則當 LD 發射面與此複合透鏡底部端面之距離改變時，使其耦合損耗達到最小，再計算此最小損耗的複合透鏡光焦斑。此設計模型對於前面所述之 kinoform DOEs 的理論繞射效率假設為 100%，且此時所有的損耗假設也只有球差 (spherical aberration) 產生 (因為已經忽略了像散)，因此最大的理論耦合效率將大於 95%。依此設計案例的結果利用離子束聚焦研磨機 (focused-ion-beam milling, FIBM) 在 BK7 玻璃上製作出複合透鏡，並經由原子力顯微鏡 (atomic force microscope, AFM) 測量其表面輪廓，如圖 19。

本案例設計的結果顯示，此複合透鏡表面輪廓的誤差對元件的焦點位置並不敏感。而 M 值卻是影響複合透鏡品質最重要的因子，此即 DOEs 元件環帶的寬度與深度及 ROE 的球面曲率的製程誤差，相較於溫度擴展對整體效率之影響而言，其影響更深遠。尤其是後者，相較於溫度的變動，其對焦距的改變有較大的影響。實際的製程實驗與測量結果顯示其繞射效率高達 90.5% @ 635 nm、30 mW LD，其耦合效率測量值為 71% (-1.49 dB @ 25 °C)，而耦合損耗為 2.2% (-16.5 dB @ from 25 °C to 50 °C)。因此經由上述的實驗也證實，在元件平面處的入射光

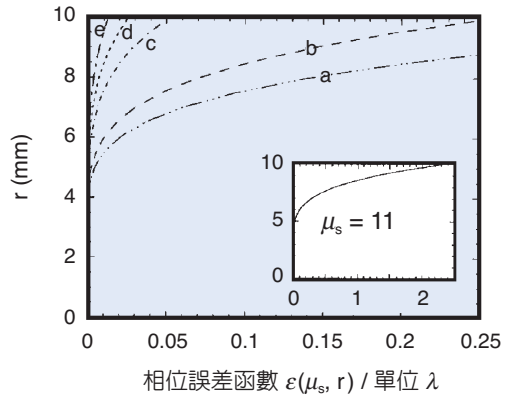


圖 17. 評估各種不同的虛擬折射率 μ_s 對 Sweatt 模型中圖 16 之 kinoform 繞射透鏡的相位函數誤差值 $\epsilon(\mu_s, r)$ 的影響。圖中的 μ_s 值： $a = 51, b = 101, c = 501, d = 1001, e = 2001$ 。

場假設為平面波是可行的，故此設計方法也適用於製作整合微透鏡、微柱狀透鏡、微橢圓透鏡等等。

四、結論

運用上述數種的方法可成功地設計出消色差、消熱差、無像散等多功能的繞／折射式複合式 kinoform 透鏡與完美成像系統。在大口徑有限共軛像系統的 kinoform 環帶輪廓上或要求具備高品質消色差或消球差等的 kinoform 輪廓上，皆易產生形狀誤差，這也就是本文探討與研究數本專書與十數篇文獻之總結經驗，實有必要針對每個已知物像距之共軛位置所對應的每一個環帶座標與表面閃耀輪廓的結構，提出可精確計算其表面浮雕結構的設

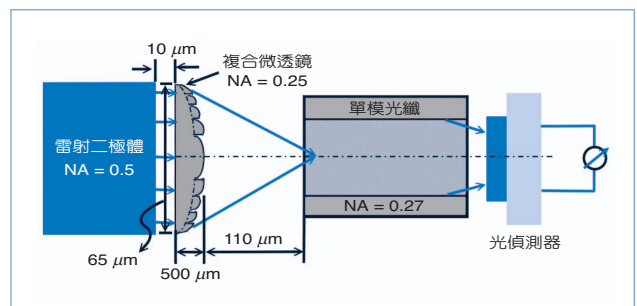


圖 18. 消熱差繞／折射複合透鏡結構示意圖。

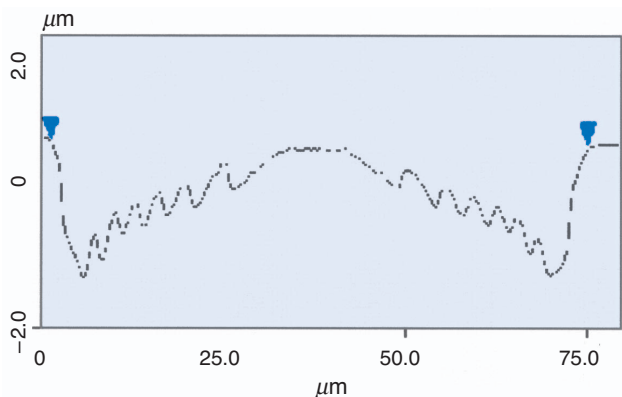


圖 19. 利用離子聚焦蝕刻機在 BK7 玻璃上製作複合透鏡，並經由原子力顯微鏡測量其表面輪廓。

計方法。經前文的探討，得知使用 Sweatt 模型的薄透鏡相位函數法中的 μ_s 約為 24 或 25 時，使用直接相位函數優化法或 Sweatt 模型法這兩種演算法的差異不大，但此結果並不建議使用， μ_s 必須是大於 101 以上或是 501，才比較符合常態的曲線分布，因而可歸納出當運用 Sweatt 模型相位函數法時，可無需使用巨大之虛擬折射率來進行模擬；然而，kinofom 繞射透鏡的相對口徑或 F 數減少時，在 Sweatt 模型中就需要使用較大的 μ_s 值。更要提醒的是，以直接相位函數優化法所求解的相位函數即是一組精確的解，而使用 Sweatt 模型法或結合相位函數法的 Sweatt 模型時，則須慎選 μ_s ，以避免損失其準確性。然而，使用諧振繞射元件的設計方法，則無需優化與求解相位分布之多項式係數，直接計算其環帶的多級繞射結構，即可結合繞／折射元件之優點，並有效地掌握在給定的光譜範圍內的數種波長，使其匯聚到同一個成像位置上，因而成功地在光學系統中進行某種完美的成像設計。由於這一類之設計與製程整合技術在國內尚有許多努力空間，未來將持續研究與探討這一系列 kinofom 結構之複合元件的相關設計實務與微光學製程技術，諸如多波長多焦點 DVD 讀寫頭、數位相機鏡頭、行動電話相機鏡頭，液晶投影系統，影像掃描系統等等之應用，並緊密結合目前產學研界的請求。

參考文獻

1. H. Madjidi-Zolbanine and C. Froehly, *Applied Optics*, **18** (14), 2385 (1979).
2. J. Lcgcr, M. Holz, and G. I. Swanson, *Lincoln Lab. J.*, **1** (2), 225 (1988).
3. W. B. Veldkamp and T. J. McHugh, *Scientific American*, **266** (5), 92 (1992).
4. G. J. Swanson and W. B. Veldkamp, *Proc. SPIE.*, **885**, 22 (1988).
5. W. C. Sweatt, *J. Opt. Soc. Am. A*, **67** (6), 803 (1977).
6. L. N. Harza, *et al.*, *Opt. Comm.*, **117**, 31 (1995).
7. K. Maruyama and J. Kamikubo, *United States Patent 5838496* (1998).
8. M. D. Missig and G. M. Morris, *Applied Optics*, **34** (14), 2452 (1995).
9. A. Dale *et al.*, *Applied Optics*, **28** (5), 976 (1989).
10. L. N. Harza, *et al.*, *Opt. Comm.*, **91**, 1 (1992).
11. L. N. Harza, *et al.*, *Applied Optics*, **32** (25), 4775 (1993).
12. H. Benno and W. Hendriks, *Jpn. J. Appl. Phys.*, **41** part 1, 3B, 1791 (2002).
13. W. Kroninger and H.-G. Heckmann, *Photon. Spectra*, **28**, 120 (1994).
14. Y. Han, *et al.*, *J. Opt. Soc. Am. A*, **12** (3), 524 (1995).
15. G. J. Swanson, *Technical Report, 854*. Lincoln Lab., MIT, USA (1989).
16. W. C. Sweatt, *Proce. SPIE.*, **126**, 64 (1977).
17. S. Thomas and G. Nicholas, *Applied Optics*, **27** (14), 2960 (1988).
18. G. M. Morris, *Applied Optics*, **20** (11), 2017 (1981).
19. D. W. Sweeney and G. E. Sommargren, *Applied Optics*, **34** (14), 2469 (1995).
20. D. Faklis and G. M. Morris, *Applied Optics*, **34** (14), 2462 (1995).
21. S. Sinzinger and J. Jahns, *Microoptics*, Wiley-VCH, 2nd ed. (2003).
22. W. T. Welford, *Opt. Comm.*, **14** (3), 322 (1975).
23. R. E. Kunz and M. Rossi, *Opt. Commun.*, **97**, 6 (1993).
24. H.-P. Herzig, *Micro-Optics Elements, Systems, and Applications*, Taylor & Francis (1997).
25. Y.-Q. Fu and N. K. A. Bryan, *Applied Optics*, **40** (32), 5872 (2001).
26. M. Rossi, R. E. Kunz, and H.-P. Herzig, *Applied Optics*, **34** (26), 5996 (1995).

- 林暉雄先生為國立交通大學光電工程研究所博士候選人，現任國科會精密儀器發展中心助理工程師。
- Hui-Hsiung Lin is a Ph.D. candidate in the Institute of Electro-Optical Engineering at National Chiao Tung University. He is currently an assistant engineer at Precision Instrument Development Center, National Science Council.