

# 光學機構之動態特性與模態分析

## Dynamic Characteristics and Modal Analysis of an Opto-Mechanical Structure

陳怡呈、李良愷

Yi-Cheng Chen, Liang-Kai Lee

光學機構必須具備一定的靜態與動態結構穩定性，以保持光學元件之間的相對位置並維持整體光學系統的成像品質，本研究使用有限元素分析，針對一光機模組進行模態分析與剛性改善。首先利用振動試驗機進行整體光機結構之正弦掃描振動測試，找出光機結構的動態特性與共振頻率，然後建立與試驗結果相符之有限元素分析模型，進行有限元素模態分析與設計改進，包含主結構的分析與改善，以及次鏡支撐樑之分析與改善，最後提出提升共振頻率與改善結構剛性之可行方案。

Optical mechanisms must possess static and dynamic stability to maintain relative positions between optical components and to ensure the image qualities of optical systems. Based on finite element analyses, this study applies modal analyses to improve the rigidity of an opto-mechanical structure. Firstly, a swept sine vibration test is performed to study the dynamic characteristics and natural frequencies of the opto-mechanical structure. Then, a reliable finite element model is built, based on which finite element modal analyses are performed to improve design parameters. Finite element modal analyses of the main structure and the secondary mirror support beam are performed to improve their rigidity, respectively. Finally, feasible solutions are proposed to attain an increased natural frequency and improved rigidity.

### 一、前言

模態分析的目的在于了解結構的固有動態特性，包含自然頻率 (natural frequency)、阻尼 (damping) 與模態振型 (mode shape) 等。通常在產品設計開發階段可使用有限元素分析軟體來模擬並預測結構的動態特性，而在產品原型製作出來後則可使用實驗方法來得到結構真正的動態特性。由模態

分析實驗得到的資料並可與有限元素分析結果進行比較，以調校有限元素模型並驗證其模擬結果，進一步協助結構原始設計的修改，以達到所預期的結構動態響應以及電腦輔助最佳化設計的目的<sup>(1,2)</sup>。

在機械設計中，研究彈性結構振動之目的通常在於改變結構的共振頻率，使其在使用中能避開共振區，或是降低共振時的放大倍率，以提升結構的安全性與穩定性。通常簡單形狀之單一元件的模態

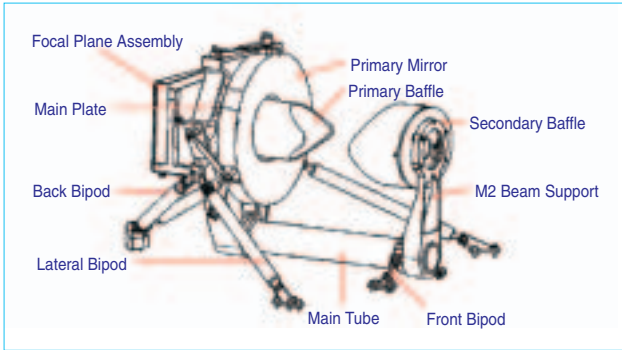


圖 1. 光機系統結構。

分析實驗可使用衝擊錘、加速規與頻譜分析儀等設備與相關軟體進行實驗，分析實驗數據可得知其共振頻率與模態振型。對於大型結構組件，由於其動態特性較為複雜，且使用衝擊錘敲擊單一點並不足以激發整體結構的共振，此時則可使用振動機 (shaker) 來進行振動試驗以找出其共振頻率<sup>(3,4)</sup>。

基於對產品可靠度的要求，現今許多產品在出廠前皆會經歷振動試驗，通常振動試驗是以振動機來進行，振動試驗的目的在於測試產品承受運輸和使用過程中經歷環境振動的能力，藉以找出產品的瑕疵，例如材料強度不足、固定件鬆脫、電子接點接觸不良、零組件的破碎或損毀以及功能異常失效等，以避免產品在使用壽命中的失效。一般常用的振動試驗機之控制波型包含隨機波 (random)、正弦掃描波 (swept sine)、共振搜尋與駐留 (resonance search & dwell) 以及古典衝擊波 (classical shock) 等。此外，利用正弦波掃描，振動試驗機亦可用來尋找大型複雜結構件的共振頻率與放大倍率。

一般而言，光學機構為了確保良好的成像品質，避免在運輸或使用過程因環境振動干擾產生光學元件移位或結構損壞，結構體通常需要進行動態分析以確保所需的穩定性。本研究即針對一現有之遙測模組光機結構進行有限元素之模態分析，探討整體結構之動態特性，並試圖改變結構參數以增進系統之動態穩定性。此成像光機系統包含一組主反射鏡 (primary mirror, M1)、次反射鏡 (secondary mirror, M2) 及修正鏡組，其構成一折反射式光路路徑，之後再將光路導入一線性 CCD 電路模組 (focal plane assembly, FPA) 中，擷取影像資料，其

光機架構如圖 1 所示。光機結構之主結構包含一主幹管 (main tube)、主結構板 (main plate) 及次鏡支撐樑 (M2 support beam) 用以連接主次鏡、修正鏡組及後端 CCD 電路模組，主結構是由前端、側端與後端的三組雙足衍架結構 (bipods) 支撐於一底部介面板 (PIP) 上。

為了解遙測模組光機結構的自然頻率響應，本研究首先利用振動試驗機分別進行整個光機模組在三個軸向的正弦掃描振動試驗，並得到其共振頻率與放大倍率，然後利用有限元素分析進行剛性改善。有限元素分析內容可分為兩大部分，第一部分為主結構的分析與改善，第二部分為次鏡支撐樑之分析與改善。

在主結構分析部分，主要分為兩個步驟，一是有限元素模型的建立，二是主結構參數之最佳化。考量到光機系統整體結構的複雜性，想要建立可靠之有限元素模型必須藉助和實驗自然頻率的比對，主結構分析的第一步驟即試圖建立和實驗結果接近的有限元素模型。第二步係針對原有之機械設計作調整，例如主幹管的厚度、主結構板的厚度等，觀察整體自然頻率及共振模態之變化。本部分分析的主要目的在提升主結構的共振頻率。

在次鏡支撐樑分析部分，由振動試驗結果發現其第一共振頻率過低，而且在此共振頻率下的放大倍率過高，對整體光機模組之結構穩定性與成像品質會有不良影響<sup>(5,6)</sup>，於是嘗試利用有限元素法進行模態分析並改變設計參數，尋求較佳之改善設計。研究方法為首先建立一簡化之反射鏡支撐樑的有限元素分析模型，以有限元素法模態分析結果與正弦振動試驗結果比對，並調整之以得到適當的有限元素模型，然後改變反射鏡支撐樑的設計參數與材料，由數組有限元素模態分析模擬結果中找出適當的解決方案，以達到提高結構剛性的目的。

## 二、振動試驗

振動測試之目的在於確認光學機構模組在經歷振動環境後的光機結構穩定性，並量測其動態特性 (如共振頻率與放大倍率等)。本次振動試驗所使用之設備如下：

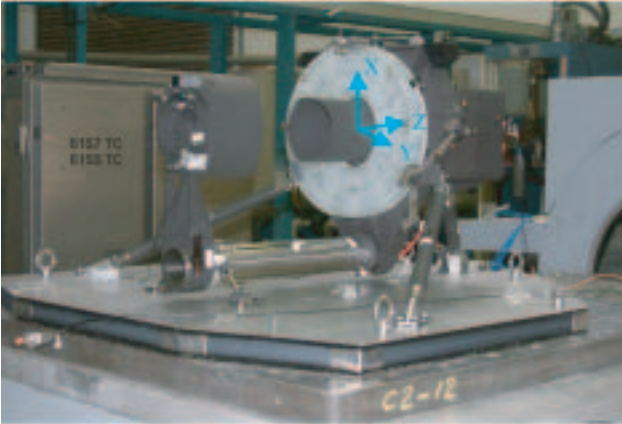


圖 2. 光機結構 Z 軸向振動試驗裝置圖。

振動機：UD T1000/32W (X 軸)、CU/FPS64 CEA (Y、Z 軸)

控制器：Dactron laser shaker control system

電荷放大器：UD D22、B&K 2692 0S1

加速規：B&K 4371、B&K 4393

試驗環境：溫度 21–22 °C，相對溼度 50–58%，大氣壓力 996 毫巴。

## 1. 測試物

圖 2 所示為振動測試之測試物光機模組工程體，包含：主鏡模組、主結構、支腳、次鏡模組、主鏡擋板、次鏡擋板、修正鏡組、介面板與焦平面機構等。此光機模組包含介面板之總重量為 56.3

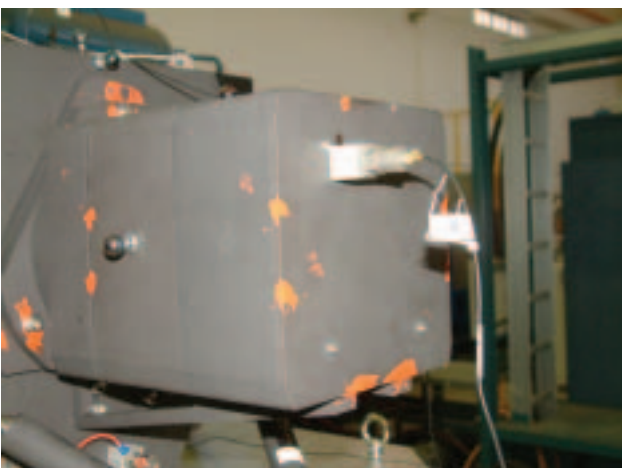


圖 3. 安裝於焦平面模組之加速規。

kg。在振動測試進行時，光機模組與振動測試機之間需一轉接板，為得到正確的振動響應，轉接板與光機模組介面板之間必須盡量與實際固定情況相符。

## 2. 試驗架設與加速規貼附

本次試驗共使用 7 個單軸加速規，其中兩個是貼附在振動台轉接板上作為振動測試機控制點用，另外五個為量測點訊號讀取用，分別貼在焦平面模組、主鏡、次鏡支撐樑、介面板和主結構板上；兩個控制點貼附的位置經測試後分別貼於轉接板的兩端。振動測試時貼附加速規量測點的詳細位置如表 1 所示，各個量測點位置如圖 3 至圖 7 所示。



圖 4. 安裝於主結構板下端之加速規。

表 1. 加速規貼附位置表。

加速規貼附位置	參考編號
控制點	
轉接板 -Z 端	1
轉接板 +Z 端	2
光機模組	
焦平面機構支撐結構上	3
主結構板下端	4
主鏡上方之挾持機構	5
次鏡支撐樑上端	6
介面板 -Z 端	7
合計	7 個單軸向加速規

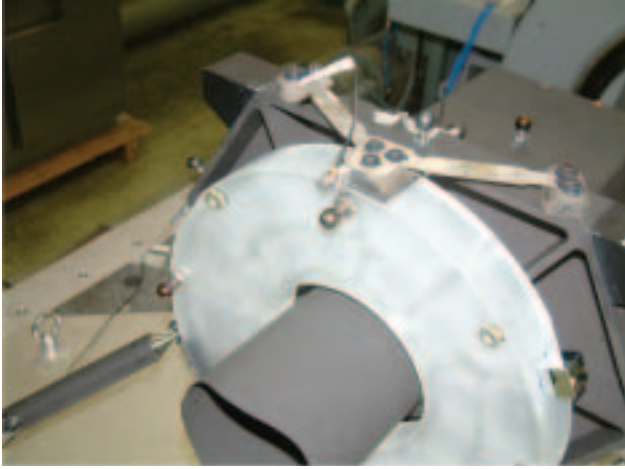


圖 5. 安裝於主鏡上方之加速規。

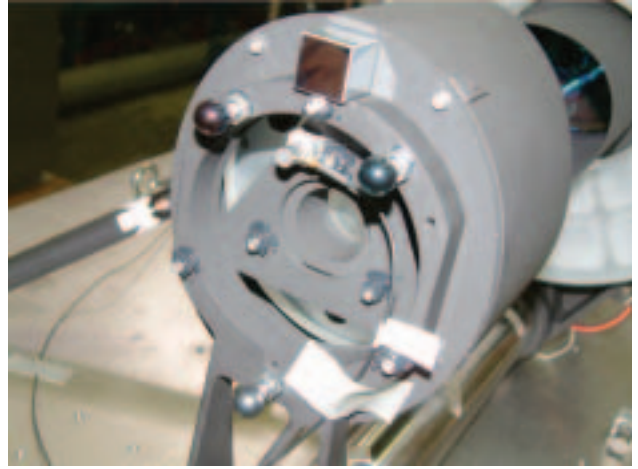


圖 6. 安裝於次鏡支撐樑上端之加速規。

### 3. 正弦掃描振動測試規格

本振動測試共分三個軸向進行，每軸向各執行一次正弦掃描試驗，試驗時並量測光機模組之振動響應，以找出共振頻率與放大倍率。參見圖 2 之座標軸定義，振動測試先由 Z 軸 (光軸) 方向開始，接著為側向 (Y 軸方向)，最後是垂直方向 (X 軸方向) 之振動測試。正弦振動測試頻率範圍為 5 Hz 至 200 Hz，位準 0.1g (g 為重力加速度)，以對數掃描方式進行，掃頻速率為 0.5 octave / 分鐘，5 Hz → 200 Hz → 5 Hz 為一個循環，每軸向作一循環，由掃頻速率可推算出每個軸向正弦試驗所需要時間接近 12 分鐘。

### 4. 振動試驗結果

#### (1) 主結構振動試驗結果

遙測模組振動試驗結果分別整理於表 2 至表 4，簡單敘述如下。

表 2. X 軸振動測試結果。

	共振頻率 (Hz)	振動響應 (g)
焦平面機構	63.08	1.21
	76.64	0.93
	128.35	0.93
主結構板	126.06	0.72
主鏡	126.06	1.01
次鏡支撐樑	NA	NA
介面板	122.92	0.19

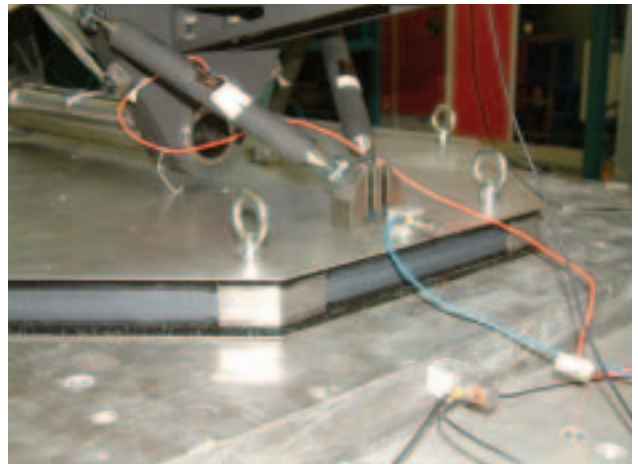


圖 7. 安裝於介面板上之加速規。

在 X 軸方向，焦平面機構之主要自然頻率為 63.08 Hz、76.64 Hz 及 128.35 Hz，主結構板之主要自然頻率為 126.06 Hz，主鏡之主要自然頻率為 126.06 Hz，次鏡支撐樑在 X 方向並無主要自然頻率，介面板之主要自然頻率為 122.92 Hz。

在 Y 軸方向，焦平面機構之主要自然頻率為 59.79 Hz 及 101.17 Hz，主結構板之主要自然頻率為 59.12 Hz，主鏡之主要自然頻率為 59.76 Hz，次鏡支撐樑之主要自然頻率為 101.17 Hz，介面板並無自然頻率。

在 Z 軸方向，焦平面機構之主要自然頻率為 59.12 Hz、75.27 Hz 及 177.56 Hz，主結構板之主要自然頻率為 148.80 Hz，主鏡之主要自然頻率為

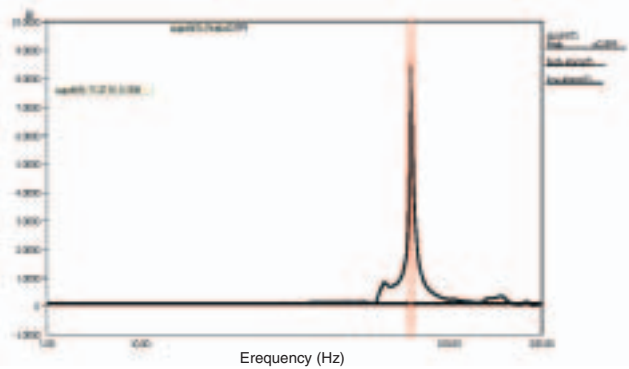


圖 8.Z 軸向正弦振動試驗，次鏡支撐樑之振動響應頻譜。

60.63 Hz、75.27 Hz、131.63 Hz 及 150.97 Hz，次鏡支撐樑之主要自然頻率為 75.27 Hz，介面板之自然頻率為 146.15 Hz。

由試驗結果，可觀察主結構板在 Y 軸向的第一共振頻率在 60 Hz 左右，在下節中將以提升此共振頻率為目標，改變主結構設計參數進行有限元素模態分析。

### (2) 次鏡支撐樑試驗結果

由試驗結果發現，整個結構在次鏡支撐樑於 Z 軸第一共振頻率時的放大倍率最大，對於整體光機模組的光學成像品質與結構穩定性將有負面影響。由所有量測點之動態響應結果發現，最大的量測點振動響應發生在光軸方向 (Z 軸) 的振動，在第一共振頻率 75.27 Hz 時，響應為 8.58 g，在整個模組所有三個軸向的正弦掃頻結果中，此處的放大倍率是最高的，Z 軸向正弦測試時次鏡支撐樑上的量測點振動響應頻譜如圖 8 所示，依此實驗結果可推論，整個結構最有可能發生問題的地方在於次鏡支撐樑

表 3.Y 軸振動測試結果。

	共振頻率 (Hz)	振動響應 (g)
焦平面機構	59.79	0.78
	101.17	1.06
主結構板	59.12	1.29
主鏡	59.76	4.59
次鏡支撐樑	101.17	1.78
介面板	NA	NA

在光軸方向的共振頻率 75 Hz 時，放大倍率約 85 倍，以 0.1 g 的加速度因共振反應產生的加速度放大為 8.5 g，位移振幅量約為 0.3756 mm。為了整體結構穩定性與成像品質，次鏡支撐樑的結構剛性必須加以改善，可考慮的改進方法為增強支撐樑在 Z 軸的強度 (增加支撐肋或增加厚度)，或是改變材料 (選用比剛性及阻尼值較高的材料)，或是降低支撐樑上元件的重量，皆可改變共振頻率並降低放大倍率。

## 三、有限元素分析

本研究使用泛用型有限元素分析軟體 Ansys 8.0，有限元素分析內容將分為兩大部分進行，第一部分為主結構的分析，第二部分為次鏡支撐樑的分析與改善。

### 1. 主結構有限元素分析

#### (1) 有限元素模型

因為整體光機系統包含主次鏡、管件、板件、不規則截面之衍架結構及其他複雜結構件，連接方式有膠合、螺絲固緊等方式，在某些接合處甚至包含許多小型墊片和墊圈，想要一一模擬是不合效益的，必須對模型有適度的簡化。在此將主鏡、次鏡、修正鏡組及焦平面模組使用點質量元素模擬，並分別使用桿元素和主結構體連結。此外，因為主次鏡擋板的重量及慣性矩和其他元件相比十分的

表 4.Z 軸振動測試結果。

	共振頻率 (Hz)	振動響應 (g)
焦平面機構	59.12	0.60
	75.27	0.66
	177.56	0.75
主結構板	148.80	1.12
主鏡	60.63	0.88
	75.27	0.70
	131.63	0.73
	150.97	0.84
次鏡支撐樑	75.27	8.58
介面板	146.15	0.16



圖 9. 主結構之有限元素模型。

小，故在此先忽略不計。在主結構的部分，主要包括主結構板、主幹管、次鏡支撐樑及雙足衍架結構四個部分，原則上皆使用二次四面體元素，同時將複雜幾何形狀簡化，去除導圓角及不必要的孔洞。在主結構材料的使用上，除了主幹管和雙足衍架結構是使用鈦合金外，主結構板及次鏡支撐樑皆使用鋁合金，其材料機械性質整理列於表 5。邊界條件設定為將三組衍架結構底端面限制所有位移，依初始設計所建立之模型如圖 9 所示。

### (2) 初始設計模擬結果

依上節所建立之模型進行模態分析的結果如圖 10 至圖 11 所示，分別表示系統的前兩個共振模態及頻率。此結果與振動測試所得之結果 (分別約在 60 Hz 及 75 Hz) 十分接近，為工程分析上可接受之範圍，表示此模型對模擬光機系統模組共振頻率有一定的可信度。

### (3) 結構設計參數最佳化

由結構上觀察，光機結構之主次鏡、修正鏡組及焦平面模組，主要是懸附在主結構 (主結構板、主幹管及次鏡支撐樑) 上並由雙足衍架結構支撐起來的，根據振動學原理知道單質點之自然頻率和  $\sqrt{k/m}$  成正比<sup>(7)</sup> (其中  $k$  和  $m$  分別代表彈簧之彈性係數及質點之質量)，若將雙足衍架結構視為彈簧，欲提高其共振頻率則其支撐之物件質量應愈輕

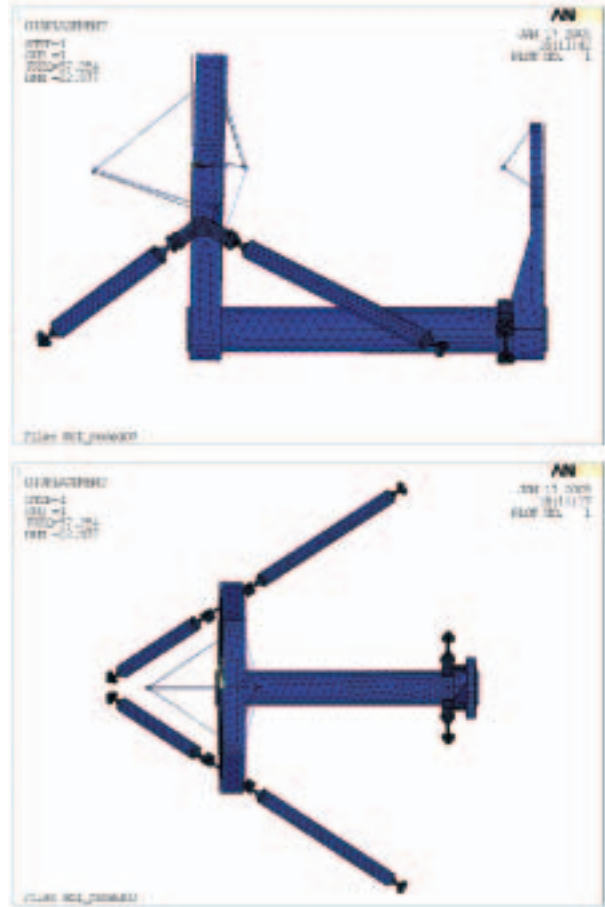


圖 10. 第一共振頻率  $f_{n1} = 57.643$  Hz。

愈好。但是若將主結構板視為底部固定往上延伸之懸臂樑，由文獻中<sup>(7)</sup> 知自然頻率和  $\sqrt{EI/\rho}$  呈正比 ( $EI$  為樑之橫向彎曲勁度， $\rho$  為密度)，故在不改變材料之情況下，雖然可以直接減少其厚度以減輕主結構板質量，卻可能同時造成其等效之橫向勁度減少，不一定可以達到提升整體自然頻率之目的。有鑑於此，在光機模組初版設計中，我們在主結構上做了減重之設計，主要目的在於減輕重量的條件下，還能保有其橫向的勁度<sup>(8)</sup>。

表 5. 材料機械性質。

材料	楊氏係數 (GPa)	Poisson's Ratio	密度 (g/cm <sup>3</sup> )
Al6061T6	69	0.33	2.71
Ti6Al4V	114	0.34	4.43
SiC	420	0.16	3.16

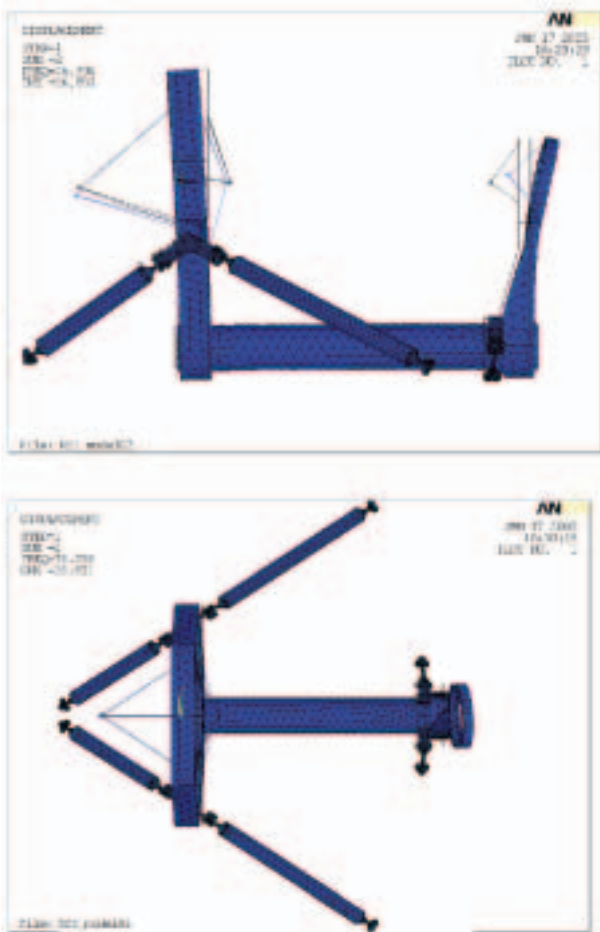


圖 11. 第二共振頻率  $f_{n2} = 77.567$  Hz。

為了探討在各個結構參數對整體自然頻率之影響，本文選定了幾個重要參數，主要針對主結構板的幾何特性參數，分別有主結構板之減重槽厚度及肋板厚度，以及主幹管之厚度，如圖 12 所示。在初版設計中，主結構板減重槽厚度、肋板厚度及主幹管厚度之設計值分別為 6 mm、6 mm、7.5 mm。此外，由於重量亦為重要考量因素，本研究以系統每單位重量改變量（增加或減少）的情況下整體結構第一自然頻率之改變量（增加或減少）作為判斷的標準。

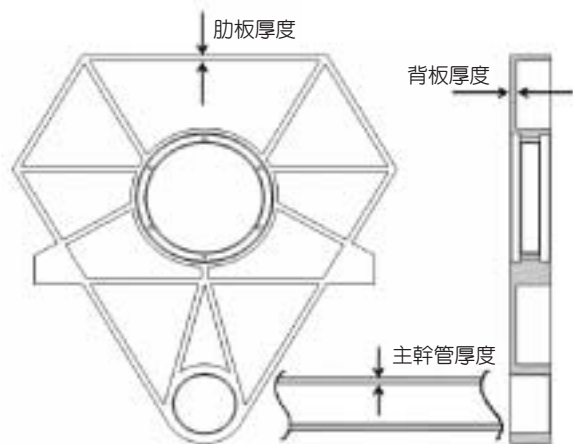


圖 12. 主結構參數。

### ① 主結構板減重槽厚度

如圖 12 所示，主結構板為一採減重設計之鋁板，原始厚度為 40 mm，除了原有設計 6 mm 外，在主結構減重槽上，這裡分別取 8、15、20 及 40 mm 進行分析。分析結果如表 6 所示。可觀察出，減重槽厚度增加確實對整體結構自然頻率的提升有明顯幫助。雖然在主結構板完全不減重情況下第一共振頻率可增加到 80 Hz 左右，但由於整體重量過高故不予採用。

### ② 主結構板肋板厚度

除了原有設計 6 mm 外，在主結構肋板上，這裡分別取 8 與 14 mm 進行分析。分析結果如表 7 所示，肋板厚度的提升同樣也會提高結構自然頻率，但是若和增加減重槽厚度之效果相比，在增加相同重量的限制下，其提高自然頻率的能力顯然較差。

### ③ 主幹管厚度

主幹管為一固定外徑 60 mm 之空心圓管，材質為鈦合金 (Ti6Al4V)。除了原有設計厚度 7.5 mm 外，在此也取 5 mm 進行分析，分析結果如表 8 所示。可發現管壁變薄會造成自然頻率由 57.6 Hz 小

減重槽厚度 (mm)	6	8	15	20	40 (不減重)
第一共振頻率 (Hz)	57.643	61.175	71.217	75.730	80.390
重量 (kg)	3.277	3.619	4.814	5.667	9.081
頻率增加效益 (Hz/kg)	N/A	10.33	8.83	7.57	3.92

表 6. 主結構板減重槽厚度對共振頻率的影響。





圖 16. 次鏡支撐樑之第一共振模態。

質量元素 (mass21) 簡化並配置於其重心位置 (總質量為 1.2 kg)，這些元件與支撐樑的三個接合點以桿元素 (link8) 連接。在模擬時並假設支撐樑下方與主結構連接的內圓環為固定不動之邊界。

## (2) 初始設計模擬結果

依據支撐樑初始設計尺寸所建立之有限元素模型進行模態分析，並比對正弦振動試驗結果進行調校後，得到支撐樑第一共振頻率為 80 Hz，所對應之第一共振之振型為在光軸方向前後之振動，如圖 16 所示，此振型與振動試驗結果相符。此外，有限元素模態分析的第一共振頻率與正弦掃描振動試驗得到結果之間的誤差約為 6%，此誤差為工程設計上可接受的範圍。

## (3) 案例分析與討論

在本節的數值分析案例中，將依簡化之有限元素模型進行支撐樑的改善設計，並進行數個案例的模態分析，主要考慮的設計參數為支撐樑上半部厚度 (初始設計值為 15 mm) 與材料的改變 (考慮使用鈦合金 Ti6Al4V 或碳化矽 SiC)，主要目的為提升結構剛性將第一共振頻率增加至 100 Hz 以上。表 9 整理出有限元素模擬結果。

① 由例一、例二與例三的結果比較可知，在同樣使用鋁合金 Al6061T6 情況下，若只將支撐樑上端厚度由 15 mm 分別增加至 20 mm 與 25 mm

表 9. 次鏡支撐樑模態分析模擬結果。

模擬案例	材料	上端厚度 (mm)	第一共振頻率 (Hz)	支撐樑重量 (kg)
例一	Al6061T6	15	80.24	0.596
例二	Al6061T6	20	98.73	0.660
例三	Al6061T6	25	112.15	0.724
例四	Ti6Al4V	15	97.33	0.974
例五	SiC	15	158.75	0.695

時，可將支撐樑的第一共振頻率由 80 Hz 分別提升至 98 Hz 與 112 Hz，同時重量也由 0.596 kg 分別增加至 0.660 kg 與 0.724 kg。

- ② 由例四與例一的結果比較可知，在不改變支撐樑上半部厚度 (15 mm) 的條件下，只將材料由鋁合金換成鈦合金，支撐樑之第一共振頻率將提升至 97 Hz，但其重量卻增加至 0.974 公斤。將例三與例四所造成的效果進行比較後，考量鈦合金加工不易且例四的重量比例三增加更多，加上重量亦為整體光學機構模組的重要限制因素，所以其綜合評估效益仍比例三的使用鋁合金增加厚度至 25 mm 為差。
- ③ 由例五與例一的結果比較可知，在不改變支撐樑上半部厚度 (15 mm) 的條件下，將材料由鋁合金換成碳化矽，可以得到五組案例中最高的第一共振頻率 158.75 Hz，且支撐樑重量也只有從 0.596 kg 增加到 0.695 kg，重量增加幅度也比例三的還小，此乃因為碳化矽的比剛性 (specific stiffness，即楊氏係數與密度之比值) 比鋁合金或鈦合金皆高上許多之緣故。然而，碳化矽需先以粉末冶金燒結而成再加以精密研磨才能達到所要求的尺寸精度，且需要開發模具，故製造成本過高與時程過長是其最主要的缺點。一般而言，若是應用在航太用途等高成本工業就可考慮使用碳化矽作為結構材料，利用其高比剛性特性，提高結構剛性並降低整體重量。

依以上三點討論，在綜合考量重量限制、實際加工困難度、加工時間與製造成本等因素後，建議新的次鏡支撐樑可採用鋁合金 Al6061T6，並將上端厚度改為 25 mm，應可達到提升第一共振頻率至 100 Hz 以上的目標。

## 四、結論

本文以本中心發展之遙測模組之光學機構為例，與振動試驗結果互相比對，利用電腦輔助設計與分析改善其結構剛性。有限元素模態分析共分兩部分，一是主結構共振頻率的提升，二是次鏡支撐樑的剛性提升。

### 1. 主結構改善

本部分研究首先針對此成像光機結構建立一個和實驗結果接近之有限元素模型，然後利用此模型，修改部分設計參數以提高整體結構之共振頻率。主要設計參數有主結構板減重槽厚度、主結構板肋厚及主幹管厚度。由模擬結果發現，在不改變材料的情況下，增厚主結構板減重槽對提升整體第一共振頻率效果最佳；而增加主結構板肋厚的做法也同樣可以達到目的，但效果較不明顯；改變主幹管厚度對整體自然頻率的影響最小，但可用以減輕重量。最後經過一系列分析後，並在主結構板重量限制為 4.8 公斤下，在主結構板上靠近其結構支撐點的力量傳遞路徑附近增加減重槽厚度至 25 mm，其餘減重槽之厚度為 13 mm，此時的第一共振頻率預測可由原始設計的 57.6 Hz 提升至 73.3 Hz。

### 2. 次鏡支撐樑改善

首先由整體模組的正弦振動試驗中，找出共振頻率，並建立簡化的支撐樑有限元素模型，以有限元素法模擬結果與正弦振動試驗結果比對並調整，以得到適當的簡化之有限元素模型。然後利用簡化之模型，改變反射鏡支撐樑的設計參數（上端厚度）與材料（碳化矽或鈦合金），由數組有限元素模態分析模擬結果中找出適當的解決方案，以達到提高其第一共振頻率的目的。在考量重量限制、實際加工困難度、加工時程與製造成本等因素後，本研究所提出合適的支撐樑新設計將採用鋁合金 Al6061T6，上端厚度增加為 25 mm，預期將可以提升次鏡支撐樑的第一共振頻率至 100 Hz 以上。

本研究利用有限元素分析所提出之光機結構剛性改善方案，未來可望在加工與組裝完成後再與實驗結果進一步比對與驗證。此外，由於整體結構之設計變數甚多，必須以更系統化之有效方法進行參數最佳化設計，可再深入研究的方向為結合 ANSYS 參數最佳化設計或以田口法規劃設計變數組合，於重量與靜態變形等限制條件下，將所有重要設計參數一起進行最佳化，以得到真正之最佳設計值。

## 參考文獻

1. R. D. Cook, D. S. Malkus, and M. E. Plesha, *Concepts and Applications of Finite Element Analysis*, New York: John Wiley & Sons (1989).
2. 王新榮, 陳時錦, 劉亞忠, 有限元素法及其應用, 中央圖書出版社 (1997).
3. W. T. Thomson, *Theory of Vibration with Applications*, 4th ed., New Jersey: Prentice-Hall International (1993).
4. M. R. Hatch, *Vibration Simulation Using Matlab and Ansys*, New York: Chapman & Hall/CRC (2000).
5. P. R. Yoder, *Opto-Mechanical Systems Design*, New York: Marcel Dekker, Inc. (1993).
6. A. Ahmad, *Handbook of Optomechanical Engineering*, New York: CRC Press (1997).
7. S. S. Rao, *Mechanical vibrations*, Addison-Wesley (1995).
8. T. M. Valente and D. Vukobratovich, *Proceedings of SPIE*, **1167**, 20 (1989).

- 
- 陳怡呈先生為國立交通大學機械工程博士，現任國家實驗研究院儀器科技研究中心副研究員。
  - 李良愷先生為國立台灣大學機械工程碩士，現任國家實驗研究院儀器科技研究中心助理研究員。
  - Yi-Cheng Chen received his Ph.D. in mechanical engineering from National Chiao Tung University. He is currently an associate researcher at Instrument Technology Research Center, National Applied Research Laboratories.
  - Liang-Kai Lee received his M.S. in mechanical engineering from National Taiwan University. He is currently an assistant researcher at Instrument Technology Research Center, National Applied Research Laboratories.