

# 以微小型固態雷射產生結構性光場及其應用

## Generation and Applications of Structured Beams by Use of Miniature Solid-State Lasers

陸亭樺、陳永富

Ting-Hua Lu, Yung-Fu Chen

結構性光場的產生與應用是近年來光學研究中發展的重點之一。本文介紹以固態雷射技術產生落在幾何光束上的結構性光場。利用光學和力學的對應性探討在簡諧運動中古典與量子間的對應關係。此外，以光學轉換系統將光場轉換為具有角動量分布的結構性光源是我們的研究方向，具有角動量的光場操控微粒子的功用在高科技應用扮演相當重要的角色。

Recently, generation and applications of structured beam have attracted much attention in optical researches. In this work, we introduce the structured beams localized on geometrical rays generated from advanced laser system. Furthermore, the correspondence between optics and mechanics provides some insights into the study of quantum-classical correspondence. Besides, the structured beams can be converted to possess optical angular momentum by a pair of cylindrical lens. The structured beams possessing large orbital angular momentum play an important role in manipulating microparticles.

### 一、前言

結構性光場是一門新穎且具有應用潛力的研究，而光的結構與其相位有密不可分的關係。欲產生結構性光場，則必先瞭解光場相位的物理特性。1992年由物理學家 van Enk 與 Nienhuis 所提出，利用量子力學運算子的概念可以完整地描述光在空間中的傳播<sup>(1)</sup>，他們的研究指出高斯光束中的相位變化相當於隨時變的量子諧振子的相位變化，因此研究結構性光場對於波動光學與量子力學的對應，可提供多方面的物理思考與參考基礎。

光場的波前錯位 (wavefront dislocations) 形成的光學角動量 (optical angular momentum) 是近代光學發展中重要的分支。角動量更是光場重要特性之一，且在光學物理研究中扮演相當重要的角色。以光學角動量為基礎所發展的相關研究已應用在微粒子或生物細胞的操控<sup>(2-6)</sup>、奈米製造技術<sup>(7-9)</sup>，以及量子資訊<sup>(10)</sup> 等前瞻領域。光場的波前錯位與其應用示意圖如圖 1 所示。光學扳手的產生，使得操控微小粒子不再是難以達成的目標。隨著電子元件或光學系統尺度的持續縮減，有效率的控制系統更是不可或缺的工具。開發有潛力的光學操控系統對於

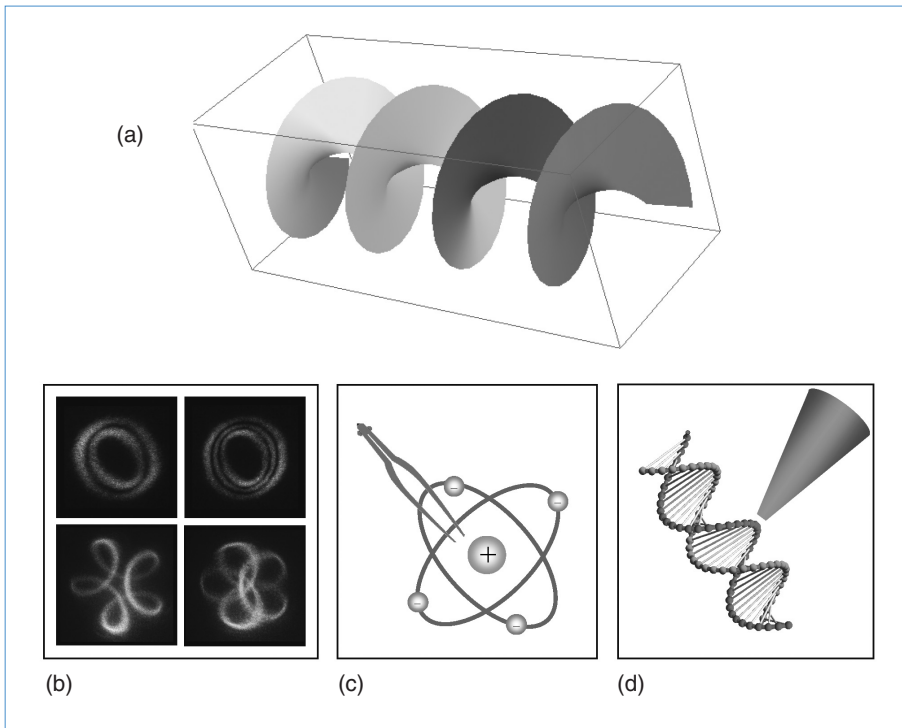


圖 1.  
 (a) 光場波前錯位示意圖，(b) 具有角動量的光場分布，(c) 以光學操控原子示意圖，(d) 以光學操控生物細胞示意圖。

光學物理及跨領域應用均有相當的重要性。

本文首先介紹雷射共振腔及其產生的結構性光場，理論方面以光波同調態為基礎，利用線性疊加的概念分析實驗所得的結果，進而瞭解光學系統中的基本物理。第二，利用共振腔外的光學元件操控光場的變化，產生對稱且具有角動量分布的結構性光源，發展對應用層面有助益的光場結構。

## 二、原理

力學與光學的相關性在物理發展中始終扮演極重要的角色。量子力學與古典力學就如同波動光學與幾何光學的關係，除了分別了解微觀與巨觀的世界之外，探討微觀與巨觀之間的介觀物理現象更是不可或缺的一塊。在近軸近似之下，球型共振腔的波動方程式和薛丁格 (Schrödinger) 方程式的二維諧振子有相同的數學形式，筆者的研究以此為基礎發展出許多有趣且重要的成果。

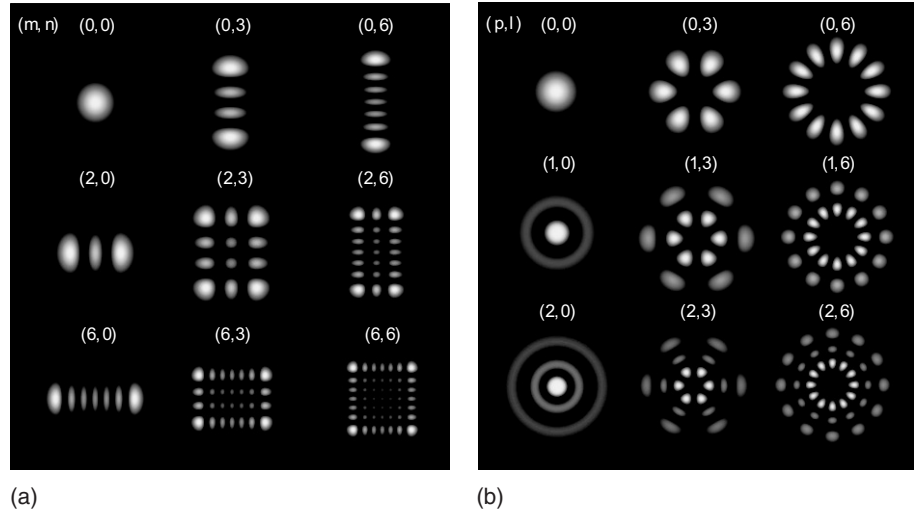
以光激發式的固態雷射基本要素為激發光源、增益介質及共振腔。不同波長的激發光源配合增益介質的特性可產生不同波長的雷射光。共振腔是由具有曲率的鏡子所組成，符合邊界條件及雷射共振

腔近軸近似之下，波函數解在直角座標下為 Hermite-Gaussian (HG) 模態，在圓柱座標下為 Laguerre-Gaussian (LG) 模態，其光場分布如圖 2 所示。HG 模態由  $(m, n)$  參數分別控制水平和垂直方向的能階；LG 模態由  $(p, l)$  參數分別控制徑向和方位角方向的能階。一般而言，眾所皆知的雷射模態為基態，也就是  $(m, n) = (p, l) = (0, 0)$  的橫向模態 (transverse modes)。然而，雷射橫向模態除了基態之外，高階橫向模態形成的結構性光場分布也是近年來相當受重視的光學領域。由於雷射共振腔的波函數形式與量子力學中簡諧運動的本徵態有異曲同工的對應性，因此藉由研究雷射共振腔的各樣模態，不僅可對雷射光場的形成有深入了解，更有助於研究量子簡諧運動的物理機制。

一般而言，雷射為了得到品質良好的基態而避免高階橫向模態的產生，會選擇使用曲率半徑較大的鏡子作為前鏡或輸出鏡。鏡子曲率半徑越大，雷射的最小聚光 (spot size) 越大，配合激發光源的尺寸可使激發光和雷射的最小聚光有良好的重疊，有利於雷射橫模基態出光的穩定性。然而欲利用雷射技術產生結構性的光場，必備的條件是良好的共振腔作為橫向侷限光子的邊界條件，前鏡的選擇即成

圖 2.

(a) 直角座標下的雷射共振腔本徵態 Hermite-Gaussian 模態，  
 (b) 圓柱座標下的雷射共振腔本徵態 Laguerre-Gaussian 模態。



了重要的指標。曲率半徑小的前鏡與輸出鏡使得最小聚光跟著變小，配合偏離光軸的激發方式則有利於產生高階橫向模態。比方來說，雷射共振腔有曲率的前鏡可類比為碗形容器，而光子類比為鋼珠。若將小鋼珠從碗邊釋放，鋼珠會被侷限在碗內來回振盪。若不考慮摩擦力，鋼珠可振盪的高度則由鋼珠被釋放的高度而決定。這就如同離軸激發的光源離光軸越遠，可激發的橫向模態能階也越高、越複雜。

根據雷射共振腔理論，雷射模態的頻率可分為縱向和橫向的部分。其式子可表示為  $f_{q,m,n} = (c/2L) \{q + [(m+n+1)/\pi] \cos^{-1} \sqrt{g_1 g_2}\}$ ，其中  $(m, n)$  為橫向模態能階數， $q$  為縱向模態能階數， $g_i = 1 - L/R_i$ ，其中  $R$  為鏡子的曲率半徑， $L$  是共振腔的腔長， $c$  是光速。一般大家所熟知的基態之雷射頻率

間距  $\Delta f$  為  $c/2L$ ，是由於橫向模態能階數皆為零，因此只有縱向的頻率間距。然而，若是將橫向模態的能階納入考量時，頻率的縱向與橫向自由度就會形成簡併態。縱向與橫向的頻率間距比值可表示為  $\Delta f_T / \Delta f_L = (1/\pi) \cos^{-1} \sqrt{g_1 g_2}$ ，當兩個頻率間距形成簡單整數比時，縱向與橫向的頻率即可互相配合，而形成能量相同的簡併態，此時所對應的共振腔長就是所謂的簡併共振腔。除了雷射共振腔的本徵態之外，本徵態的線性疊加亦是符合邊界條件之下的解。因此在符合簡併共振腔條件下，本徵態線性疊加所形成的光學模態顯得十分重要。

圖 3 表示縱向與橫向的頻率間距比值為  $\Delta f_T / \Delta f_L = 1/2$  時的理論模擬結果，圖中四本徵態 HG 模態的橫向能階分別在水平與垂直方向都是有規律的增加 4 與減少 2，橫向能階數之和為 60、

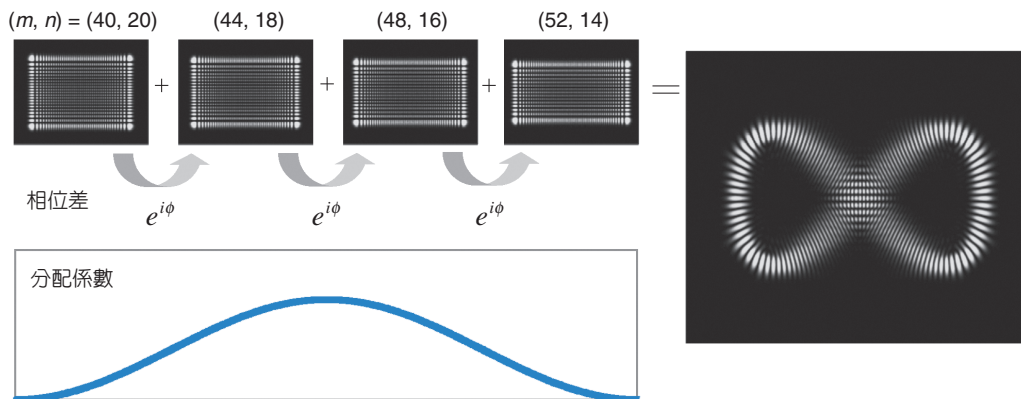


圖 3. 簡併共振腔  $\Delta f_T / \Delta f_L = 1/2$  之下，四個 Hermite-Gaussian 模態線性疊加形成落在利薩如軌跡上的同調態。

62、64 與 66。在縱向與橫向頻率間距比  $\Delta f_T/\Delta f_L = 1/2$  的情況下，縱向模態能階數只要每次減少 1，即可使圖 3 中的四個本徵態成為能量相同的簡併態，且在固定的相位差與分配係數配合線性疊加產生光學模態落在幾何光束上的光學同調態，其幾何光束與利薩如 (Lissajous) 圖形有相似的結果。利薩如圖形的數學形式是古典二維諧振子的解，在共振腔的數學模式與量子力學諧振子相似的對應性之下，這是連結量子與古典力學諧振子問題重要的發現。

利用雷射共振腔的特性可以產生許多有趣的結構性光學同調態，配合理論的分析不僅提升了實驗的執行力，更有助於進一步了解光場的特性和應用的潛力。

### 三、雷射架構

本文所介紹的雷射實驗系統是使用雷射二極體激發增益介質為摻釷鈮酸鈮 ( $\text{Nd:YVO}_4$ ) 的微晶片，其聚焦在增益介質上的激發光束截面積約為 30 微米，激發光源為 808 奈米的近紅外光，使用的前鏡是曲率半徑為兩公分的凹透鏡，增益介質截面尺寸為 10 mm × 10 mm。為使實驗上的操作便利，針對輸出波長 1064 奈米的高反射率鍍膜則是在前鏡的凹面和增益介質的輸出端面，而不使用輸出鏡增加架構的複雜程度，實驗架構示意圖如圖 4(a) 所示。增益介質所用的鈮酸鈮晶體是屬於 zircon structure with tetragonal space group 的氧化物，所以摻釷鈮酸鈮晶體的放射螢光具有很強的偏

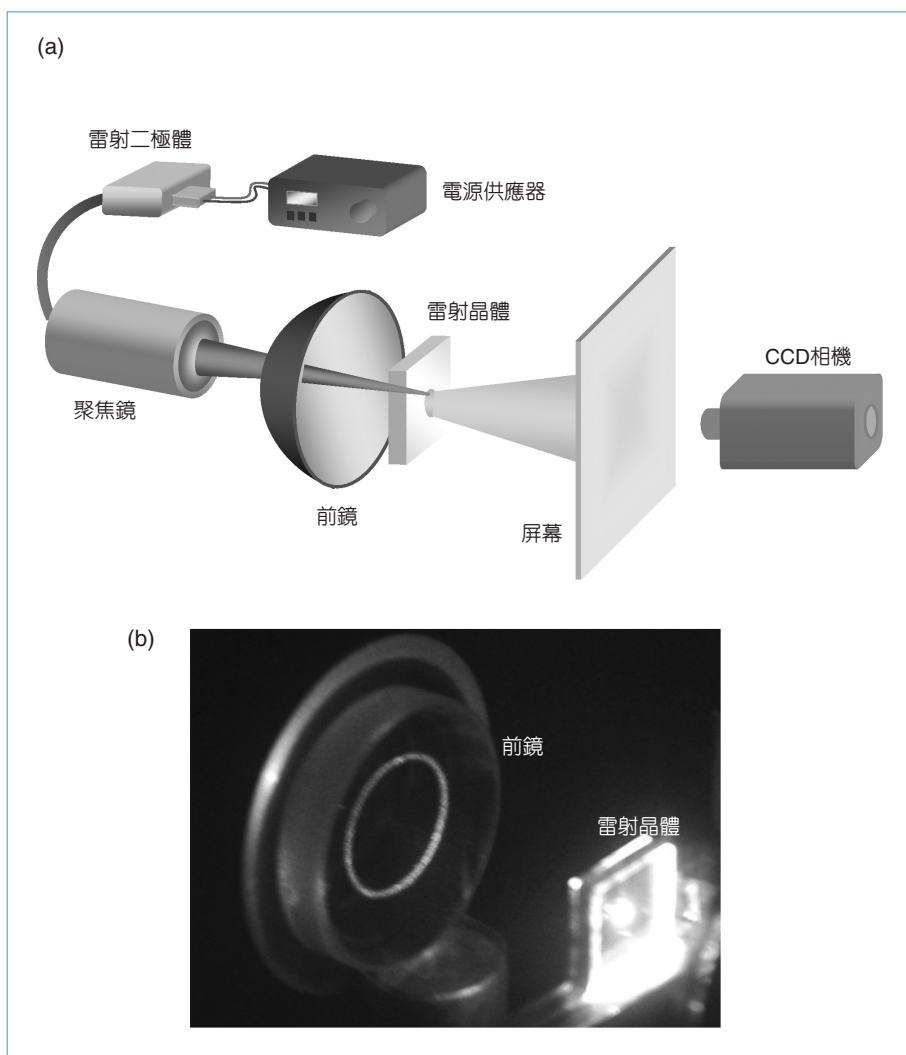


圖 4.  
(a) 雷射系統的架構圖，(b) 雷射系統的前鏡與增益介質的實際照片。

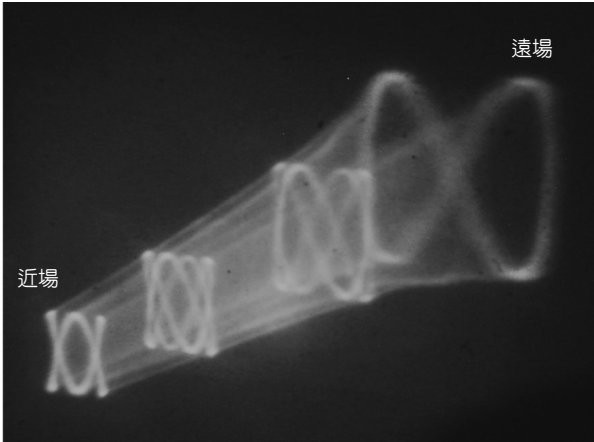


圖 5. 由相機拍攝近場到遠場的實驗結果。

極化相關性。鈮酸釷晶體的  $c$  軸是四重對稱軸，垂直此軸的則是不可分辨的  $a$  軸和  $b$  軸。因此摻釷鈮酸釷的晶體若是沿  $c$  軸精確切割，則在橫模方向具有高度等向性。相反地，若是沿  $a$  軸精確切割，則在橫模方向產生非對稱的效應。實驗中我們利用 CCD 相機去觀測橫模圖案以及光譜分析儀量測光譜。圖 4(b) 顯示實際的雷射共振腔照片，前鏡上可看見雷射橫模的散射光，而雷射晶體則有很強的光場亮度。本文將介紹筆者利用沿  $a$  軸精確切割的增益介質來產生不同的結構性光場，並分析其有趣的光學特徵、物理意義，以及未來應用的發展。

## 四、研究成果

### 1. 以簡併共振腔實現三維光學同調態

雷射增益介質摻釷鈮酸釷沿  $a$  軸精確切割之下將  $a$  軸方向置於光軸，垂直光軸的  $b$  和  $c$  軸不對稱的原因，使得橫向模態會有非對稱性的破壞，而形成特殊光場結構的光學同調態<sup>(11-13)</sup>。圖 5 顯示在  $\Delta f_r / \Delta f_l = 1/2$  的共振腔長之下，利用顯微物鏡及相機所拍攝的近遠場實驗結果。通常雷射共振腔單一的本徵態從近場到遠場保持不變，而所觀察到的光場結構近場到遠場有相當有趣的規律變化。這是由於實驗的模態是由許多簡併同調態所組成的因素，不同橫向能階的本徵態具有的相位皆不相同，有規律的相位差使得光場結構在行進方向有劇烈的變化。實驗中所顯示光場強度的分布與利薩如圖形有

相似的結果，且遠場的光場分布與圖 3 的理論模擬結果十分吻合。古典力學中二維簡諧運動的解即為利薩如圖形，而利用量子簡諧運動分析一維薛丁格同調態 (Schrödinger's coherent state)，並推廣至二維系統，也可分析出不隨時變的同調態 (stationary coherent states) 落在利薩如軌跡之上。

進一步研究結果顯示，在各簡併共振腔之下均有縱向與橫向頻率耦合形成的三維光學同調態落在不同的利薩如圖形之上，這樣的空間模態不僅讓我們深入瞭解雷射橫模物理特性，更提供了微觀與巨觀之間的介觀領域一些值得思考的方向。

### 2. 擺線模態的實現

為了突破受限於雷射晶體尺寸的離軸激發方式，我們利用截面尺寸為  $10 \text{ mm} \times 10 \text{ mm}$  的增益介質來產生更高階的橫向模態。實驗結果再次成功地實現高階橫向模態落在幾何光束上的想法，如圖 6(a) 所示。不同於先前的利薩如圖形，高階橫向模態顯示了光學同調態落在幾何曲線中的擺線圖形之上。利薩如與擺線圖形在數學幾何曲線中廣為人知，在物理上也各自對應到不同的系統，如古典簡諧運動的數學形式及證明地球自轉的傅科擺的軌跡。雖然這兩種曲線分別代表重要的物理特性，但是對於這兩種曲線之間的關連性卻沒有被深入探討。在光學系統中，改變離軸激發的距離及增益介質截面積等光學參數，使得光學同調態落在這兩類幾何光束。利用古典與量子理論的對應性，成功地藉由模擬計算得到與實驗對應的結果，如圖 6(b) 所示。理論分析顯示了波函數落在擺線軌跡上的結果，是由符合簡併共振腔條件的 LG 模態的線性組合所形成。與前述由簡併共振腔 HG 模態的線性組合落在利薩如圖形軌跡之上互相呼應。

## 五、未來展望

追溯光學角動量的發展，首先於 1909 年由英國物理學家 J. H. Poynting 提出與圓偏振光密不可分的光自旋角動量<sup>(16)</sup>，而直到 1936 年才由 Beth 實驗證實<sup>(17)</sup>。然而與光場分布有高度相關性的光學軌道角動量則是在 1992 年由 Allen 與他的合作者

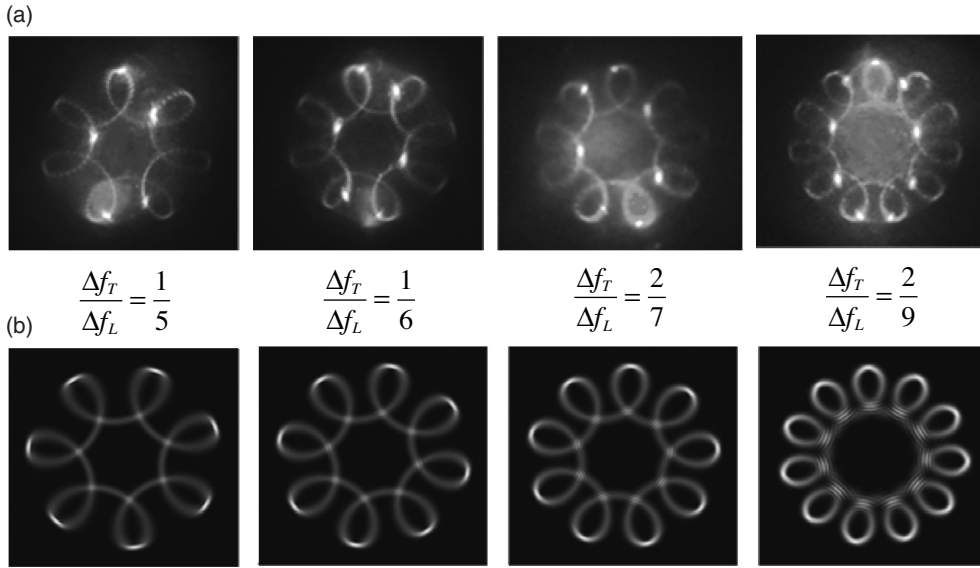


圖 6. (a) 不同簡併共振腔的實驗結果顯示落在擺線軌跡上的光學同調態，(b) 理論計算結果。

所提出，並利用具有軌道角動量的 LG 光束與物質的交互作用產生機械效應<sup>(18)</sup>。1993 年 Beijerbergen 等人提出一束本無角動量的 HG 光束，經過一對柱面透鏡變換後，可以轉換為具有軌道角動量的 LG 光束<sup>(19)</sup>，柱面鏡便成為良好的光學轉換元件。近年來結構性光場形成的光學角動量和與其密切相關的光漩渦 (optical vortex) 是光學領域中重要的課題<sup>(20-21)</sup>，且在許多跨領域科學中扮演相當重要的角色。上述內容中已經介紹許多結構性的光場分布，而且實驗得到的橫向模態能階均可達到幾百甚至上千的尺度。然而要使結構性光場發揮更大的應用，就是讓光場具有角動量分布。

圖 7 為光學轉換系統架構圖及理論模擬結果，(a) 至 (c) 為轉換前的光場分布 (HG 模態)，(a') 至 (c') 為轉換後的光場分布 (LG 模態)。具有光學角動量的 LG 模態呈現均勻的強度分布，且藉由控制輸入光學轉換系統的 HG 模態能階，可形成不同環數的 LG 模態。如前所述，三維同調態落在利薩如與擺線圖形軌跡之上，且分別由簡併的 HG 模態與 LG 模態所組成。因此未來可利用柱面鏡的光學轉換系統，將落在利薩如軌跡上的光學同調態轉換成具有角動量的擺線結構性光源，這些帶有角動量的結構性光源之產生，對於利用光學操控微小粒子的發展將有相當大的助益。

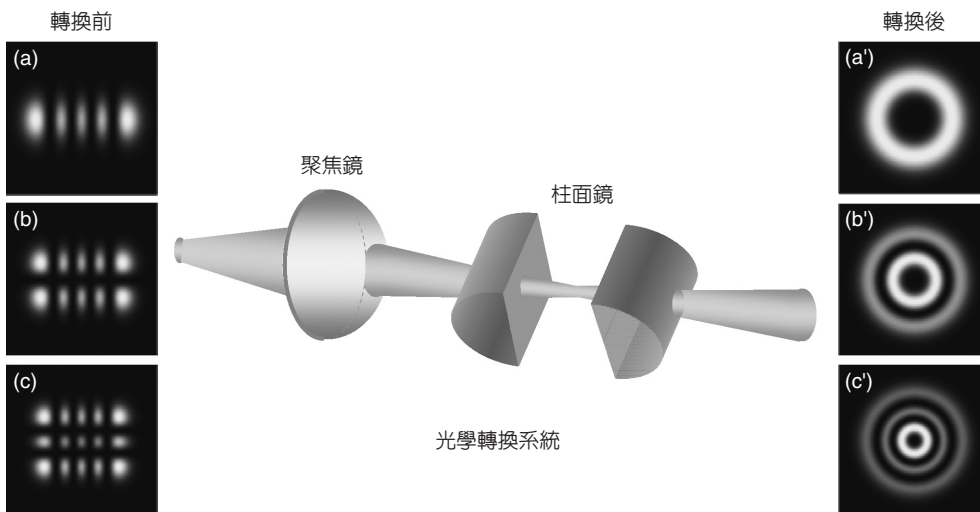


圖 7. 由柱面鏡組成的光學轉換系統，可將 Hermite-Gaussian 模態轉換成具有角動量的 Laguerre-Gaussian 模態，將落在利薩如軌跡上的光學同調態轉換成具有角動量且落在擺線上的光學同調態。

## 六、結論

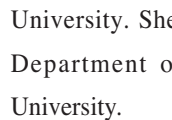
筆者利用雷射技術產生不同於以往雷射本徵態的三維光學同調態落在幾何光束上，在光學物理研究上得到許多有趣且重要的結果。此外，以光學轉換系統將光場轉換成具有角動量的結構性光場更是日後應用發展基礎的技術。且讓我們拭目以待這些結構性的光場如何有效率地發揮其優勢，並進一步提升未來的科技水準。

## 參考文獻

1. S. J. van Enk and G. Nienhuis, *Opt. Commun.*, **94**, 147 (1992).
2. M. Anderlini, P. J. Lee, B. L. Brown, J. Sebby-Strabley, W. D. Phillips, and J. V. Porto, *Nature*, **448**, 452 (2007).
3. T. N. Buican, M. J. Smyth, H. A. Crissman, G. C. Salzman, C. C. Stewart, and J. C. Martin, *Appl. Opt.*, **26**, 5311 (1987).
4. A. Ashkin and J. M. Dziedzic, *Science*, **235**, 1517 (1987).
5. A. Ashkin, J. M. Dziedzic, and T. Yamane, *Nature*, **330**, 768 (1987).
6. M. M. Wang, *et al.*, *Nature Biotechnology*, **23**, 83 (2005).
7. P. J. Pauzauskie, A. Radenovic, E. Trepagnier, H. Shroff, P. Yang, and J. Liphardt, *Nature Materials*, **5**, 97 (2006).
8. P. C. Chaumet, A. Rahmani, and M. Nieto-Vesperinas, *Phys. Rev. Lett.*, **88**, 123601 (2002).
9. J. E. Curtis, B. A. Koss, and D. G. Grier, *Opt. Commun.*, **207**, 169 (2002).
10. G. K. Brennen, C. M. Caves, P. S. Jessen, and I. H. Deutsch, *Phys. Rev. Lett.*, **82**, 1060 (1999).
11. Y. F. Chen, T. H. Lu, K. W. Su, and K. F. Huang, *Phys. Rev. Lett.*, **96**, 213902 (2006).
12. Y. F. Chen, T. H. Lu, K. W. Su, and K. F. Huang, *Phys. Rev. E*, **72**, 056210 (2005).
13. T. H. Lu, Y. F. Chen, and K. F. Huang, *Phys. Rev.*, **A 77**, 013828 (2008).
14. Y. F. Chen, T. H. Lu, and K. F. Huang, *Phys. Rev. Lett.*, **97**, 233903 (2006).
15. T. H. Lu, Y. F. Chen, and K. F. Huang, *Phys. Rev.*, **A 76**, 063809 (2007).
16. J. H. Poynting, *Proc. R. Soc. London, Ser. A* **82**, 560 (1909).
17. R. A. Beth, *Phys. Rev.*, **50**, 115 (1936).
18. L. Allen, M. W. Beijersbergen, R. J. C. Spreeuw, and J. P. Woerdman, *Phys. Rev.*, **A 45**, 8185 (1992).
19. M. W. Beijersbergen, L. Allen, H. E. L. O. van der Veen, and J. P. Woerdman, *Opt. Commun.*, **96**, 123 (1993).
20. F. Flossmann, K. O'Holleran, M. R. Dennis, and M. J. Padgett, *Phys. Rev. Lett.*, **100**, 203902 (2008).
21. K. O'Holleran, M. R. Dennis, and M. J. Padgett, *Phys. Rev. Lett.*, **102**, 143902 (2009).



陸亭樺女士為國立交通大學電子物理博士，現任國立台灣師範大學物理系助理教授。



Ting-Hua Lu received her Ph.D. in electrophysics from National Chiao Tung University. She is currently an assistant professor in the Department of Physics at National Taiwan Normal University.



陳永富先生為國立交通大學電子工程博士，現任國立交通大學電子物理系教授。



Yung-Fu Chen received his Ph.D. in electronics engineering from National Chiao Tung University. He is currently a professor in the Department of Electrophysics at National Chiao Tung University.