

衛載遙測取像儀光學反射鏡片 光機熱整合模擬分析

Integrated Opto-Mechanical Analysis of Optical Mirror for Remote Sensing Instrument

林育全、李龍正、張勝聰

Yu-Chuan Lin, Long-Jeng Lee, Shenq-Tsong Chang

隨著機載及衛載遙測技術的發展，對地面解析度及影像品質要求愈來愈高，光學系統所需焦長及鏡片口徑亦逐漸增大，以反射式衛星遙測酬載光學系統為例，主次鏡片口徑大小是影響遙測酬載儀器體積和重量的主要因素，其直接決定衛星酬載發射成本及進入軌道後衛星姿態調控，因此必須確保在靜態強度、動態剛性及熱結構耦合等性能要求前提下，對遙測酬載儀器進行最大程度的輕量化。本研究主要根據衛星遙測酬載儀光學反射鏡片的設計要求，使用有限元素法分析光學反射鏡片之靜態、動態及熱結構耦合等性能，預估輕量化主次鏡片在承受不同負載情況下的最大變形與應力分布情形，以及求取輕量化鏡片結構自然頻率與模態振形。最後，針對鏡片結構數值分析結果之各節點變形數據，分別進行 Zernike 多項式擬合分析，以獲得鏡片表面形貌分布及像差大小。

This article reports the integrated opto-mechanical analysis approach to design, analysis, and optimization of the performance of optical light-weighted mirror subjected to environmental influences including static, dynamic and thermal loading. Emphasized is the application of the finite element technique to develop practical model for light-weighted mirror, and Zernike polynomials fitting from thermal and structural response quantities into optical design such as wave-front error are mainly used to fulfill this analysis. The numerical result shows that the large lightweight mirror is obtained by this approach and the calculated deformation is below the requirements of optical design.

一、前言

遙測酬載儀器 (remote sensing instrument, RSI) 為地球觀測衛星中最常搭載的酬載之一，其主要任務為獲取地表影像資料，作為環境監控、國土規劃、災害評估及科學研究等用途。為確保良好的遙

測取像品質，必須維持酬載結構內部光學元件尺寸與相對位置的穩定，以及抵抗外在環境干擾的能力，故須具備相當良好的光機結構性能。由於衛星酬載儀器的運作環境為外太空，其元件與結構在設計、分析及製造加工的過程皆有別於一般地表儀器，因此對於外太空環境需有一定的瞭解，才足

以應付酬載儀器在外太空獨特的環境下正常運作⁽¹⁾。衛星酬載儀器在太空軌道運行時，由於處於高真空、強輻射及微重力狀態，沒有氣體熱對流散失現象，在受到陽光熱輻射照射的部分會產生極大的高溫，而背向陽光的部分，溫度會低於攝氏零度以下，此極大的溫差容易導致儀器結構的變形損壞，或使電子元件失常，導致衛星功能無法正常。而微重力狀態會導致結構應力釋放，故儀器系統在地表組裝調校時需同時考量微重力問題，而元件的輕量化具有減少熱平衡時間、降低系統成本、減少變形及提高自然頻率等優點。綜合上述，衛星酬載儀器輕量化在材料選擇及結構減重設計上皆是重要環節。

衛星遙測酬載系統整體光機結構主要包括主鏡、次鏡、修正鏡組、主結構及後端 CCD 電路模組等，其中光學鏡片的設計與製作是相當重要的關鍵技術之一，其對於遙測取像品質影響極大。評估光學系統成像品質的優劣，可從鏡片變形量得參考指標，鏡片的變形量主要包括剛體位移 (rigid-body motion) 及表面形變 (surface deformation) 兩種，前者將造成元件間相對位移、傾斜及偏位，後者則產生光學系統的像差等。本研究主要根據衛星酬載遙測儀光學反射鏡片的設計要求，使用有限元素法分析光學反射鏡片之靜態、動態及熱結構耦合等性能，預估輕量化主鏡片在承受不同負載情況下的最大變形與應力分布情形，以及求取輕量化鏡片結構自然頻率與模態振形，最後並針對鏡片結構數值分析結果之各節點變形數據，分別進行 Zernike 多項式擬合分析，以獲得鏡片表面形貌分布及像差大小，分析結果顯示六角形蜂巢結構減重結構設計輕量化百分比為 47.15%，鏡片自重變形誤差及應力值皆符合設計要求。

二、光學系統與結構分析

1. 光學系統分析

一般遙測酬載取像儀之光學設計大致上可區分為折射式、反射式及折反射式三種，折射式系統的成像品質佳、視角大、使用方便且易於維護，常應用於小型精密儀器或光學設備，但高解析度大口徑

遙測酬載需要較長的望遠鏡焦距，且因衛星發射載具體積的限制，通常只能採用反射式或折反射式光學系統。相較於折射式光學系統，純反射系統不存在色差問題，應用上不受波段範圍限制為其優點，但缺點是可用視野很小。本文遙測酬載取像望遠鏡之光學設計，依據系統規格需求採用折反射式卡塞格林 (Cassegrain) 光學系統 (如圖 1 所示)，整個光學系統包括非球面之主鏡、次鏡及 4 片球面修正透鏡組，主鏡有效口徑為 450 mm、外徑為 466 mm、中央開孔 170 mm，次鏡外徑為 180 mm。

2. 輕量化鏡片結構分析

靜態結構強度分析主要為固定負載作用位置、施加負載速度緩慢或為零，以及負載值保持恆定的條件下，計算結構的應力、應變及位移，在光學尺寸限制內設計鏡片減重的結構形狀，在結構未發生破壞的前提下，使鏡片的變形量為最小，並觀察主應力是否會產生鏡片材料之破壞。

在動態結構剛性分析部分，主要為固定邊界或施加非零位移的外載，計算鏡片結構的特徵值與特徵向量，即求解鏡片結構的自然振動頻率與振動形狀。得知鏡片結構之自然頻率，可避免鏡片於遙測酬載系統之自然頻率下產生共振，進而造成鏡片結構的破壞，而獲得模態振型，可瞭解共振發生時鏡片結構之變形狀態。此外，模態振型對鏡片結構減重設計相當重要，在鏡片模態節點或節線區域，由於位移振幅較小，可作適當的挖洞處理或減小厚度，以減輕鏡片結構重量，此對鏡片結構的振動變

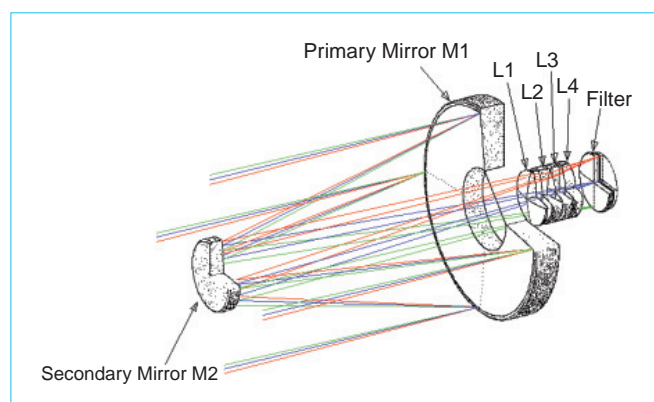


圖 1. 折反射式卡塞格林光學系統。

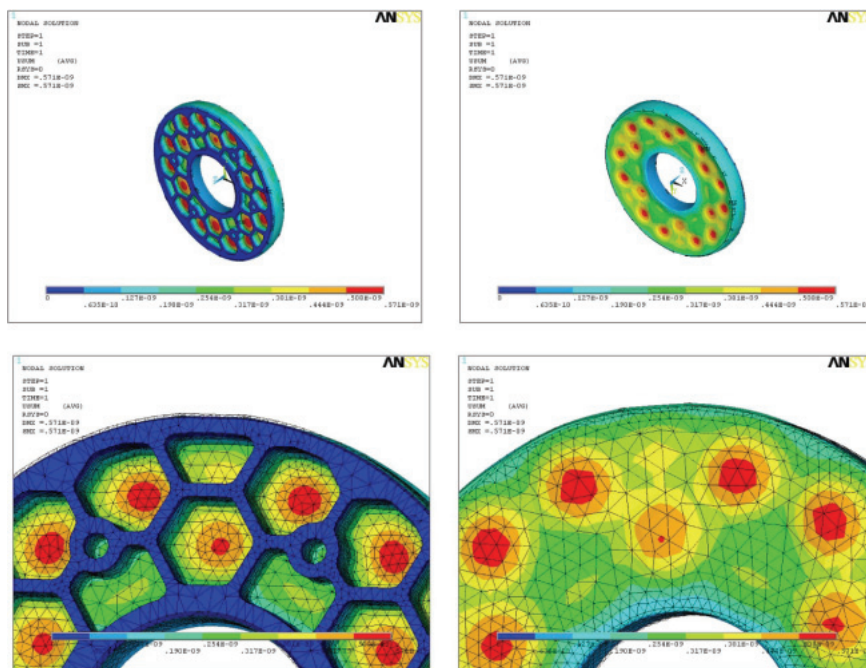


圖 2. 鏡片背面採六角形挖孔減重拋光塌陷情形。

形不會有太大的變化，但對於鏡片結構確有輕量化的效果；反之，在鏡片模態振形的最大變形處，可以作適度的補強，如加大厚度或加入肋骨補強。

熱學分析部分採傅立葉熱傳導統御方程式作為數值分析之依據，熱應力分析部分採熱彈塑性理論，材料皆假設為等向應變硬化，且遵循 Von-Mises 降伏準則來判斷塑性區，並配合熱元素與結構元素作有限元素分析之依據。由於 Zerodur 為陶瓷玻璃，屬脆硬材料，通常對脆硬材料的研究係觀察最大主軸應力及應力破壞因子等來判斷材料是否產生破壞。

在鏡片輕量化構型選擇部分，一般典型結構有三角形、四角形、六角形及圓形等，至於採用何種輕量化構型，則取決於鏡片之材質及輕量化比值。材質之比剛度 (specific stiffness) 會直接影響鏡片減重構型之形態，比剛度大之材料除重量輕外，在相同負載下具有較高的抗變形能力，而變形即是造成鏡片光學成像扭曲、影響成像品質主要因素。例如以碳化矽 (SiC) 與微晶玻璃 Zerodur 為例，由於碳化矽具有較佳之比剛度，故在相同肋 (rib) 厚度及內切圓直徑設計下，可選擇肋邊長較大之減重構型，如三角形及四邊形等輕量化結構，但微晶玻璃其比剛度較低，必須選擇肋邊長較小之減重構型，如六角蜂巢狀或圓形等輕量化結構。從製造及組裝

觀點考量，圓形鏡片較不適合矩形開孔輕量化結構，而圓形開孔輕量化結構雖然加工容易，但輕量化效果不佳，整體而論，以三角形及六角蜂巢輕量化結構較為適當。

由簡單的幾何關係可得知，在相同內切圓直徑下，單一形狀之三角形邊長最長、四角形次之、六角形最短，而挖孔減重面積三角形最大、四角形次之、六角形最小。減重構型邊長之大小將直接關係到加工時深寬比大小，間接影響製造加工之難易；而挖孔減重面積將影響後續拋光塌陷 (quilting) 大小，面積大則拋光時會產生較大之塌陷。如圖 2 所示為模擬鏡片背面六角形挖孔減重構型後續拋光塌陷情形，其六角形內切圓直徑 40 mm、肋厚度 5 mm。而輕量化鏡片拋光壓力與塌陷大小的關係，可藉由下式得到初步估算⁽⁴⁻⁵⁾：

$$\delta = \frac{PB^4}{\psi \left(\frac{Et_f^3}{12(1-\nu^2)} \right)}$$

δ ：鏡片拋光塌陷量 (mm)， P ：拋光壓力 (Pa)， B ：減重構型內切圓直徑 (mm)， E ：鏡片材質彈性係數 (Pa)， t_f ：鏡片挖孔減重後光學面厚度 (mm)， ν ：鏡片材質浦松比， ψ ：幾何塌陷常數 (三角形：0.00151，四角形：0.00126，六角形：0.00111)。

針對上述各種鏡片輕量化設計原則，定義鏡片減重輕量化設計目標與限制條件為：

- (1) 夾持固定後受外在環境影響 (mechanical & thermal) 變形量最小。
- (2) 形變所導致應力不能破壞鏡片結構。
- (3) 鏡片結構外形及尺寸需符合光學設計。
- (4) 鏡片結構質量減輕仍維持一定剛性。

以上四點設計要求，第一及二項為目標函數，另外兩項為限制條件。最佳化設計模型可表示為：

$$\delta_{\min}(A, B, C) \text{ (mm)}, \sigma_{\max}(A, B, C) - \frac{\sigma_y}{N} \leq 0 \text{ (Pa)}$$

$$K_{\max} = \frac{P}{\delta} \text{ (N/mm)}, f_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} > 80 \text{ (Hz)}$$

A ：輕量化結構肋厚度 (mm)， B ：輕量化結構內切圓直徑 (mm)， C ：減重厚度 (mm)， δ ：變形量 (mm)。

本文將針對上述各種鏡片輕量化設計之原則，設計主鏡輕量化鏡片如圖 3 所示，鏡片外徑為 466 mm，中央開孔 170 mm，六角結構內切圓直徑 40 mm，肋厚度 4 mm，鏡片未減重前為 20.29 kg，經六角蜂巢狀結構輕量化設計後為 10.72 kg，輕量化減重百分比為 47.15%。

3. 輕量化鏡片像差分析

一般光學系統受到外在負載作用時，由於支撐結構的變形將對鏡片產生整體相對位移，同時鏡片表面也將發生變形。前者在系統整測調校時，可透

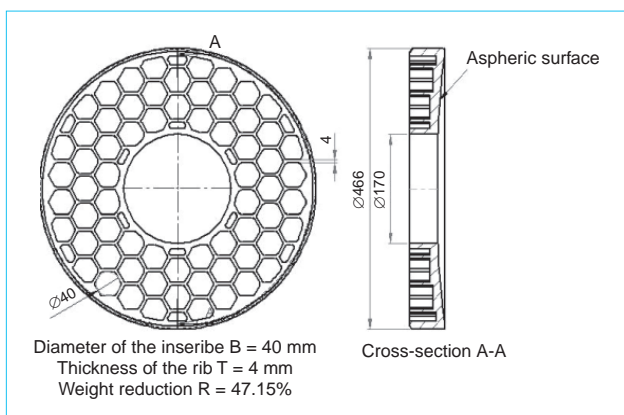


圖 3. 主鏡片輕量化結構示意圖。

過調整光學元件間的相對位置，即可消除剛體位移，但卻不能消除表面變形。因此，在實際組裝及調校時，系統組裝工程人員更關心表面變形對光學系統的影響。在光學系統中常使用各種多項式展開的形式來描述光學系統的像差，而 Zernike 多項式的各項次與光學檢測中所觀測到的像差有相對應之關係，故本文將利用 Zernike 多項式進行表面變形量之曲面擬合，得到 Zernike 多項式係數，進而求得鏡片表面形貌分布及像差大小，其多項式表示如下⁽⁴⁾：

$$\Delta Z(\gamma, \theta) = A_{00} + \sum_{n=2}^{\infty} A_{n0} R_n^0(\gamma) + \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^n R_n^m [A_{nm} \cos(m\theta) + B_{nm} \sin(m\theta)]$$

A_{nm}, B_{nm} 為 Zernike 多項式係數， n 及 m 分別為徑向及圓周方向的波數，當徑向及圓周方向的波數愈多，則表面形貌變化愈快。

評估光學系統成像品質的優劣，可從鏡片變形量得到參考指標，鏡片的變形量主要包括剛體位移及表面形變兩種，前者將造成元件間相對位移、元件傾斜及偏位，後者則產生光學系統的像差。本文除探討鏡片表面形變外，亦針對鏡片表面各節點之變形數據，分別進行 Zernike 多項式光機擬合分析，以獲得鏡片表面形貌分布及像差大小，提供光學設計及系統組裝人員綜合分析，使影像達成最佳之設計值。

4. 輕量化鏡片光機熱整合分析

鏡片光學性能受力學及熱學影響極大，其相互之間影響關係如圖 4 所示。熱學分析結果之溫度場不僅會對力學分析產生熱結構耦合等問題，甚至於會對光學系統直接造成熱光效應影響，而力學分析結果也會導致光學系統產生表面變形及應力偏折等問題，所以鏡片要得到良好的光學性能，力學與熱學分析是相當重要的環節。此外，結構力學或熱學藉由有限元素法計算出的位移資料，必須被轉換成光學系統所能接受的形式，而 Zernike 多項式亦是一種有用的中間媒介，其對許多有限元素法輸出資料格式的轉換相融性極高。

整個光機的轉換過程涉及到兩個部分，其一為

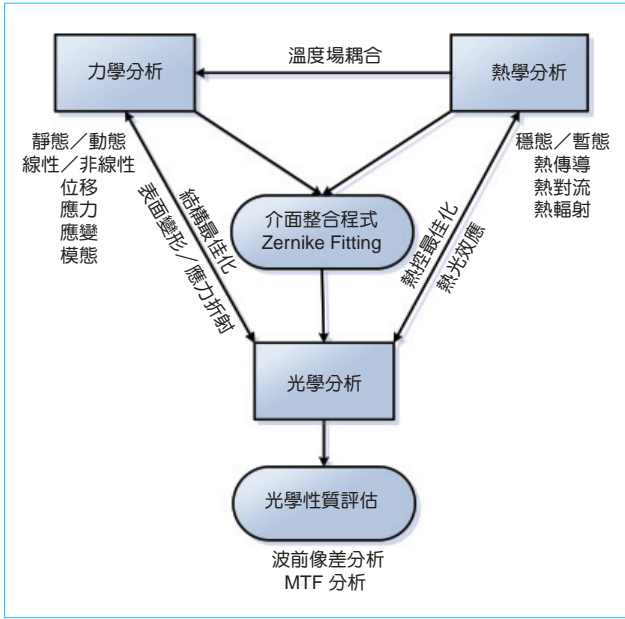


圖 4. 光機熱整合分析流程圖。

空間座標轉換，由於光學相關的座標系統，不同於一般機械結構所常用的卡氏座標系統，其必須經過轉換。而最常使用的座標系統為 sag-based 及 surface-normal 座標系統，前者為未變形表面與變形表面平行於光軸方向的距離。後者則為未變形表面與變形表面垂直於未變形表面的距離。其二為資料的簡化，將複雜的數值分析矩陣資料轉換到有用的光機資訊，如以有限元素法計算所產生的變形資料量很大，使用 Zernike 多項式可將有限元素節點大量的變形資料，有效地減少到小於 66 項次的 Zernike 多項式係數。

三、數值分析方法

1. 有限元素幾何模型建立及離散化

數值模擬分析採用有限元素軟體 ANSYS，先根據鏡片幾何尺寸建構鏡片三維實體模型，而實體模型必須能完全展現出輕量化鏡片的結構特性。本研究將針對六角蜂巢狀結構減重鏡片進行模擬分析，首先將建立好之實體模型分割網格化，離散成許多小元素以形成有限元素模型，如圖 5(a) 為未輕量化鏡片有限元素模型，圖 5(b) 為六角蜂巢狀結構輕量化鏡片有限元素模型，圖 5(c) 為減重鏡片

加上 ISM 及聯結主平板後之有限元素模型。由於數值分析過程網格密度或元素大小會影響分析結果精確度，故在網格密度施加部分，於應力及應變梯度較高處增加網格密度，而梯度較緩處則減小網格密度，以增加電腦計算效率及降低硬體記憶需求。此外，於計算完成後，亦進行網格收斂化分析，以確保分析結果之正確性。

整個分析過程以三維模型作完整分析，使用八個節點六個面的三維立體元素 Solid 45 作為結構分析元素，每一個節點有三個自由度，分別為 UX、UY、UZ，此六面體元素當某些節點重疊時可退化成四面體或三角體。熱學分析則採用八個節點六個面的 Solid 70 作為溫度場分析元素，每個節點只有一個自由度 (溫度)。為使有限元素模型之元素尺寸得到合理收斂性及正確性，分別採用典型 H-method 收斂性分析及高階元素 P-method 收斂性分析，來驗證模擬結果之正確性，其收斂誤差控制在 5% 左右 (如圖 6 所示)，整個鏡片減重輕量化有限元素模型收斂網格接近十萬個元素，而高階元素收斂性分析如表 1 所示，為使用高階元素 Solid 95 進行收斂性分析，收斂誤差則控制在 0.2% 左右。

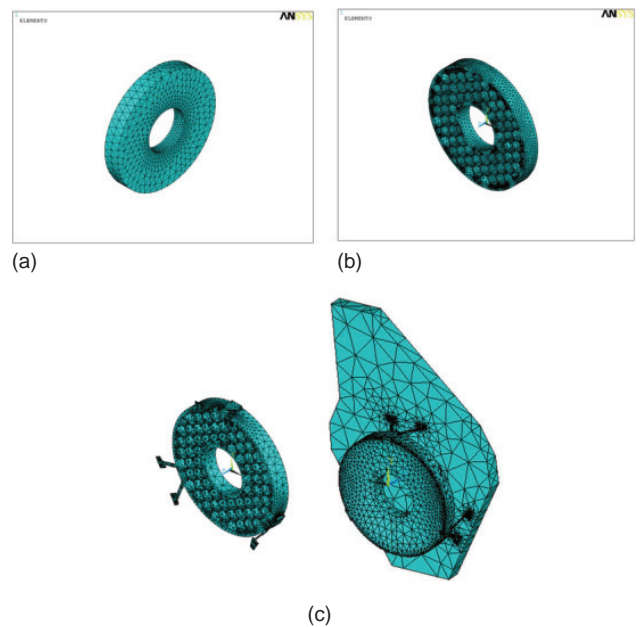


圖 5. 輕量化鏡片與支撐結構有限元素模型。(a) 未輕量化鏡片，(b) 六角蜂巢狀結構輕量化鏡片，(c) 輕量化鏡片加上 ISM 及聯結主平板。

Solid 95/20 nodes 3D space Quadratic hexahedral	Grid Refine 0	Grid Refine 1.5	Grid Refine 2.0
Number of nodes (n)	108,499	161,847	242,272
Maximal radial Displacement (nm)	48.0	48.5	48.6
Convergence error (%)	NA	1.04	0.20

表 1. 輕量化鏡片有限元素模型網格收斂情形 (P-method)。

		Invar 36	Zerodur /Standard	Al 7075 T6
Young's Modulus	E (GPa)	140.8	90.3	71.7
Density	ρ (g/cm ³)	8.055	2.53	2.79
CTE	α (10 ⁻⁶ /°C)	1.18	±0.05	23.4
Specific Heat	C_p (J/Kg°C)	515	821	960
Thermal Conductivity	K (W/m°C)	10.5	1.64	130
Poisson's Ratio	ν	0.29	0.243	0.33
Yield Strength	S_v (MPa)	276	N/A	505
Tensile Strength	S_t (MPa)	448.5	N/A	570
Specific Stiffness	E/ρ	17.48	35.69	25.70

表 2. 材料機械性質。

2. 材料性質與邊界條件施加

鏡片材料採用高強度低熱膨脹之 Zerodur 材質，其材料性質如表 2 所示⁽⁷⁾。邊界條件施加部分，在鏡片外圍 ISM (iso-static mount) 黏接部分採三點固定方式，將所有自由度固定 $U_x = U_y = U_z = ROT_x = ROT_y = ROT_z = 0$ ，而在鏡片軸向與徑向分別施加不同倍數重力場，以求取鏡片的應力及位移值。

熱學分析部分假設起始溫度為 25 °C，即 $T(x, y, z, 0) = 25$ °C，鏡片前端未減重拋光面施加 5 °C 溫度，且鏡片其他表面均假設有熱對流的熱散失，均滿足於熱對流方程式：

$$-k \frac{\partial T}{\partial n} = h(T - T_b)$$

熱對流係數 $h = 20$ W/m²·°C，環境溫度 $T_b = 25$ °C。

整個數值模擬及光機分析流程分別如圖 7 及圖 8 所示，其模擬步驟細分如下，步驟 (1)–(3) 為鏡片結構有限元素模擬，而步驟 (4)–(6) 則分別為鏡片光機模擬分析。

(1) 數值模擬分析流程

- 前處理：建立鏡片有限元素之幾何外形、元素選取、網格化與材料物理性質輸入。
- 計算處理：邊界條件設定、收斂準則、計算方法之選取，計算過程如果無法收斂，必須使元素網格更細化或調整邊界條件。
- 後處理：判斷計算所得之位移場與應力場數據，以確定數值分析之準確性。

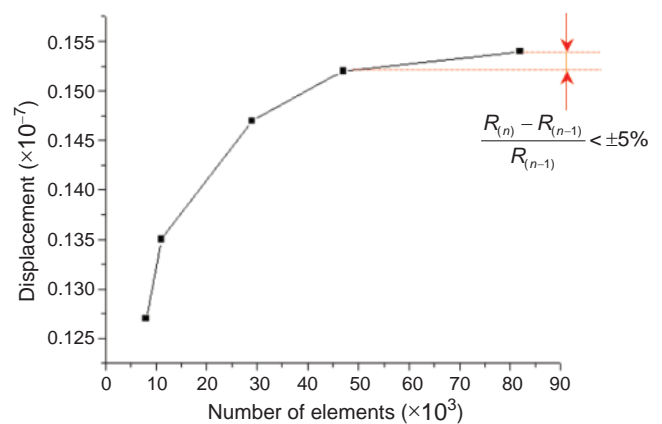


圖 6. 輕量化鏡片有限元素模型網格收斂情形 (H-method)。

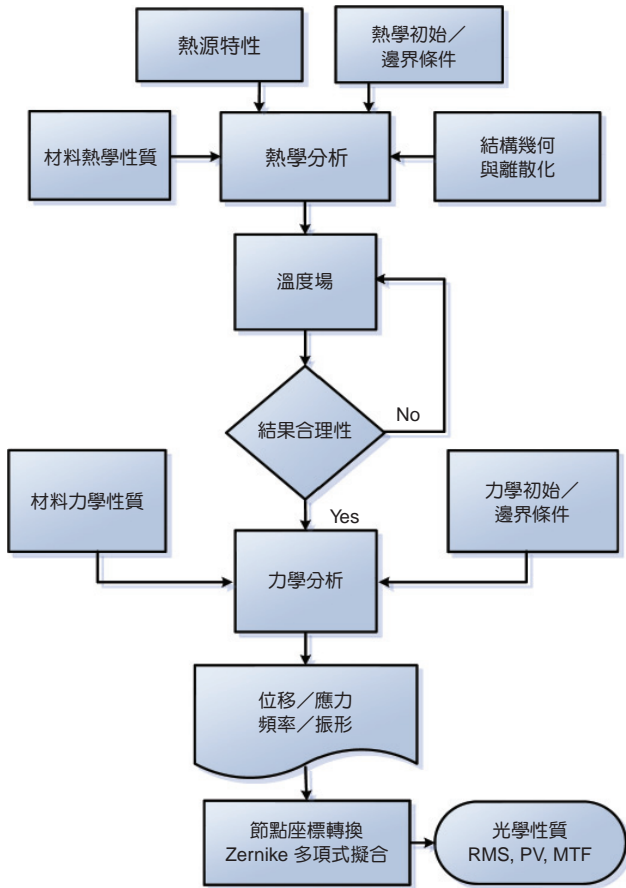


圖 7. 數值有限元素分析流程圖。

(2) 光機模擬分析流程

- (d) Sag 座標轉換：將鏡片光學表面變形前後之節點位移量做 Sag 座標轉換，以符合光學系統之座標。
- (e) Zernike 多項式擬合：利用 Zernike 多項式進行表面畸變之曲面擬合，得到 Zernike 多項式係

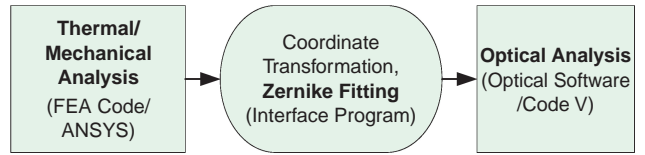


圖 8. 光機模擬分析分析流程。

- 數，進而求得鏡片表面形貌分布及像差大小。
- (f) 計算 MTF 值：將 Zernike 多項式係數代入光學軟體 CODE V 計算 MTF 值。

四、結果與討論

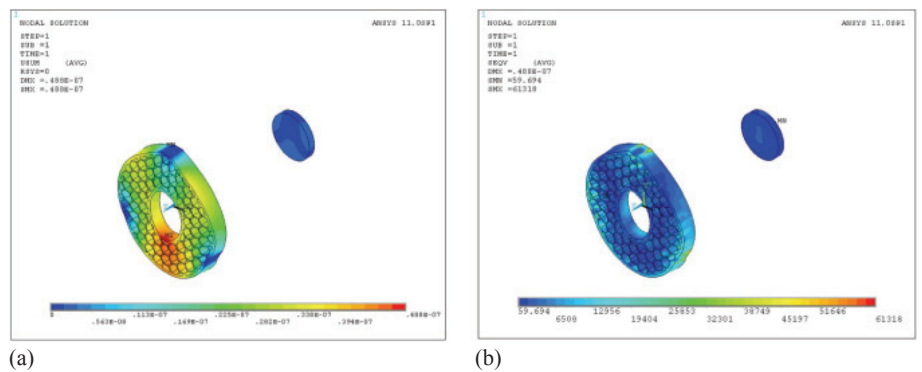
地表重力對鏡片自重變形的影響不僅是一個工程力學問題，也涉及鏡片材質、製造加工、組裝及支撐方式等因素。本文依據光學設計要求，使用有限元素分析法，計算鏡片於三點支撐情況下，當鏡片光軸垂直及平行於重力場時，鏡片結構的自重變形量與所承受之應力值。

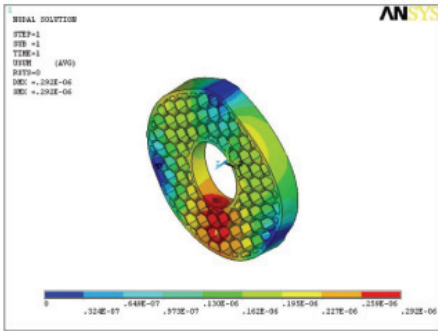
1. 靜態模擬分析

圖 9 為輕量化主鏡與次鏡光軸垂直於 1g 重力時之位移與應力分布情形，由數值計算結果得知，鏡片徑向最大位移發生在鏡片下方處，如圖 9(a) 紅色區域所示，其值為 48 nm。圖 9(b) 為在相同條件下所計算等效應力結果，從圖中可明顯地觀察出最大應力皆發生在鏡片外圍三處固定區域，其最大應力值為 61.31 kPa，遠小於鏡片材質之微降伏強度 (micro-yield strength; Zerodur MYS = 10.35 MPa)⁽⁴⁾。

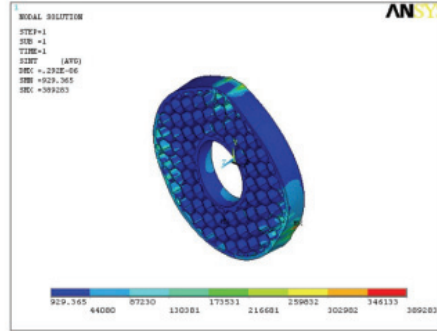
若光學設計要求在地面重力場作用下，使用

圖 9. 輕量化主鏡與次鏡光軸垂直於 1g 重力之位移與應力分布。
(a) 位移分布，(b) 應力分布。



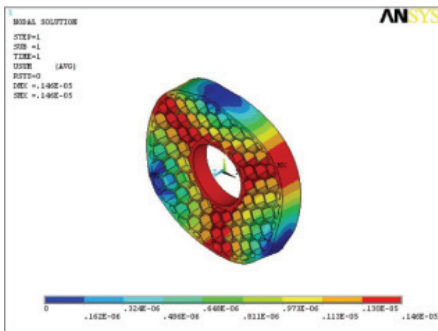


(a)

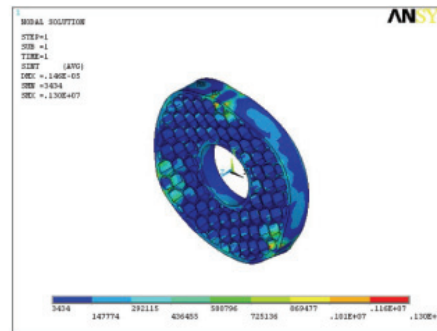


(b)

圖 10.
輕量化主鏡光軸垂直於 6g 重力之位移與應力分布。(a) 位移分布，(b) 應力分布。



(a)



(b)

圖 11.
輕量化主鏡光軸平行於 6g 重力之位移與應力分布。(a) 位移分布，(b) 應力分布。

氦氖雷射干涉儀量測鏡面徑向變形 PV 值需小於 $\lambda/4$ ，則上述鏡片輕量化設計模擬結果顯示，此減重結構設計可大幅得到輕量化目的，且鏡片徑向變形誤差及應力值皆符合設計要求。

然而衛星在發射過程中，鏡片會承受極大的 g 力作用，為得知輕量化鏡片是否能承受此大重力場作用，本文分別計算鏡片於三點支撐情況下，當鏡片光軸垂直及平行於 6g 重力場時，鏡片結構的變形量與所承受之應力值。圖 10 顯示輕量化主鏡光軸垂直於 6g 重力時之位移與應力分布，由數值計算結果得知，鏡片徑向最大位移發生在鏡片下方處，如圖 10(a) 紅色區域所示，其值為 $0.29 \mu\text{m}$ 。圖 10(b) 為在相同條件下所計算之應力強度值，從圖中可明顯地觀察出最大應力皆發生在鏡片外圍三處固定區域，其最大應力值為 0.389 MPa ，小於鏡片材質之微降伏強度。

圖 11 顯示輕量化主鏡光軸平行於 6g 重力時之位移與應力分布，由數值計算結果得知，鏡片軸向最大位移發生在如圖 11(a) 紅色區域處，其值為 $1.46 \mu\text{m}$ ；圖 11(b) 為在相同條件下所計算之應

力強度值，從圖中可明顯地觀察出最大應力亦發生在鏡片外圍三處固定區域，其最大應力值為 1.30 MPa ，小於鏡片材質之微降伏強度。

圖 12 顯示輕量化主鏡加上 ISM 時，光軸垂直於 1g 重力場之位移與應力分布，由數值計算結果得知，整個鏡片於徑向產生最大位移如圖 12(a) 鏡片呈紅色區域所示，其值為 $2.78 \mu\text{m}$ 。而圖 12(b) 為在相同條件下所計算之應力強度值，從圖中可明顯觀察出最大應力皆發生在 ISM 固定區域，其最大應力值為 7.34 MPa ，小於 ISM 材質 Invar36 之微降伏強度。

圖 13 顯示輕量化主鏡加上 ISM 時，光軸平行於 1g 重力場之位移與應力分布，由數值計算結果得知，整個鏡片於軸向產生最大位移如圖 13(a) 鏡片呈紅色區域所示其值為 $1.40 \mu\text{m}$ 。而圖 13(b) 為在相同條件下所計算之應力強度值，從圖中可明顯觀察出最大應力皆發生在 ISM 固定區域，其最大應力值為 2.63 MPa ，遠小於 ISM 材質 Invar36 之微降伏強度。

由於 Zerodur 鏡片為陶瓷玻璃屬脆硬材料，通

圖 12.

輕量化主鏡加上 ISM 光軸垂直於 1g 重力之位移與應力分布。(a) 位移分布，(b) 應力分布。

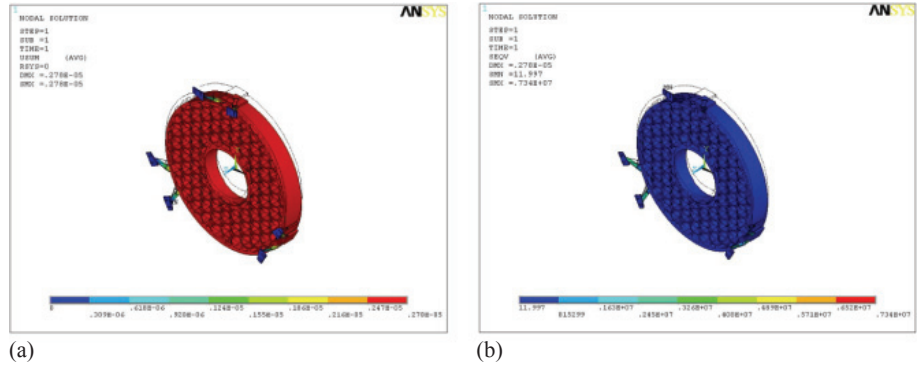
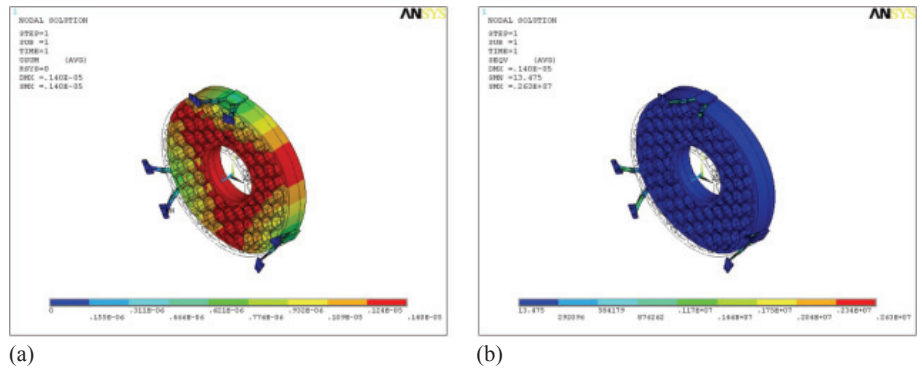


圖 13.

輕量化主鏡加上 ISM 光軸平行於 1g 重力之位移與應力分布。(a) 位移分布，(b) 應力分布。



常對脆硬材料的研究，係觀察最大主軸應力或應力強度因子來判斷材料是否產生破壞。實際上鏡片從胚料成型到加工拋光等過程是不應該有微裂縫產生，但在設計的角度還是將所有可能發生的因素考慮進去。一般而言，材料內部的裂縫有三種斷破裂模式，分別為模式 I：開裂模式 (opening mode)，是由於材料 Y 軸正向應力所造成；模式 II：滑裂模式 (shearing mode)，是由於面內剪應力所造成；模式 III：撕裂模式 (tearing mode)，是由面外剪應力所造成。通常模式 I 對於材料的影響最為嚴重，故為本文所討論重點。

一般材料破裂模式 I 之應力強度因子，可藉由以下簡易公式計算獲得⁽⁸⁾：

$$K_I \approx 2\sigma_0\sqrt{a}$$

如果 $K_I \geq K_{IC}$ 則材料會產生破裂，根據文獻 8 得知 Zerodur 破裂模式 I 之臨界應力強度因子為 $K_{IC} = 0.9\text{MPa}\sqrt{3}$ ，而 Zerodur 玻璃表面狀況 (surface condition) 為 D64 時，特徵強度 (characteristic strength) 為 62.8 MPa。

則材料的臨界裂縫近似於 $a_c \approx \left(\frac{K_{IC}}{2\sigma_0}\right)^2$

$$a_c \approx \left(\frac{0.9}{2 \times 62.8}\right)^2 \approx 51.34 \mu\text{m}$$

由計算結果得知，當輕量化主鏡微裂縫小於 51.34 μm ，及 ISM 結構能有效支撐減緩外力影響，則在 6g 重力場作用下不應該造成鏡片破裂。

2. 動態模擬分析

鏡片結構動態分析採用子空間迭代法 (subspace)，計算剛體模態外的前 6 個模態振型。鏡片無論 fixed-mode 或 free-mode 其第一階自然頻率皆發生在 921 Hz 以上，在整體遙測模組的結構設計上應避免主鏡的第一共振頻率與系統結構的第一共振頻率過於接近。此外，由數值分析模擬結果顯示 fixed-mode 輕量化設計分析之鏡片，第一階模態振形為垂直鏡片平面 (X-Y 平面) 沿光軸 (Z 軸) 方向的「位移模態」，而第二與第三階模態振形為「扭轉模態」，鏡片沿光軸方向前後扭動，兩者差

Modes (Hz)	1	2	3	4	5	6
Primary mirror	1284	1316	1317	1990	2798	2799
Primary mirror + ISM	302.93	302.99	454.38	454.82	455.77	564.13

表 3.
輕量化主鏡第一階自然
頻率比較表。

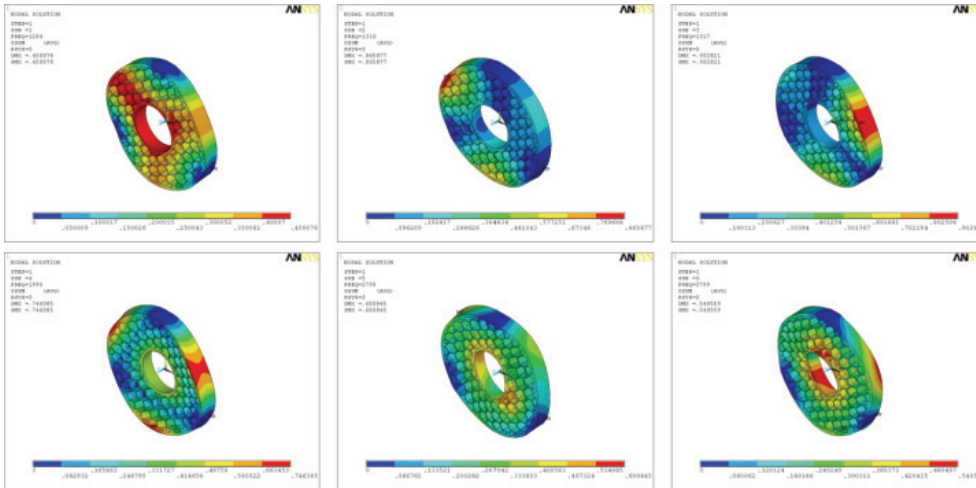


圖 14.
模態振型 (fixed mode/
第一階自然頻率 1284 Hz)。

異在於扭轉形式的不同，第四階模態為振形為「彎曲模態」，鏡片內圓部份沿光軸方向呈現彎曲凹凸振動，第五模態和第六模態則都是「扭轉模態」，差異在於扭轉形式的不同，如圖 14 所示。而 free-mode 輕量化設計鏡片，其數值分析模擬結果顯示 (如圖 15 所示) 除第三階模態為振形為「彎曲模態」，鏡片內圓部分沿光軸方向呈現彎曲凹凸振動外，其餘各階皆為「扭轉模態」，差異為扭轉形式

的不同。

圖 16 所示為輕量化主鏡加上 ISM 後 fixed-mode 鏡片結構動態分析結果，第一階與第二階模態振形為「位移模態」，最大變形皆發生在 ISM 處，可針對 ISM 作適度的補強，如加大厚度或加入肋骨補強。表 3 為單一輕量化主鏡與加上 ISM 後輕量化主鏡之前六階自然頻率比較表，整個模態頻率相差 4 倍以上。

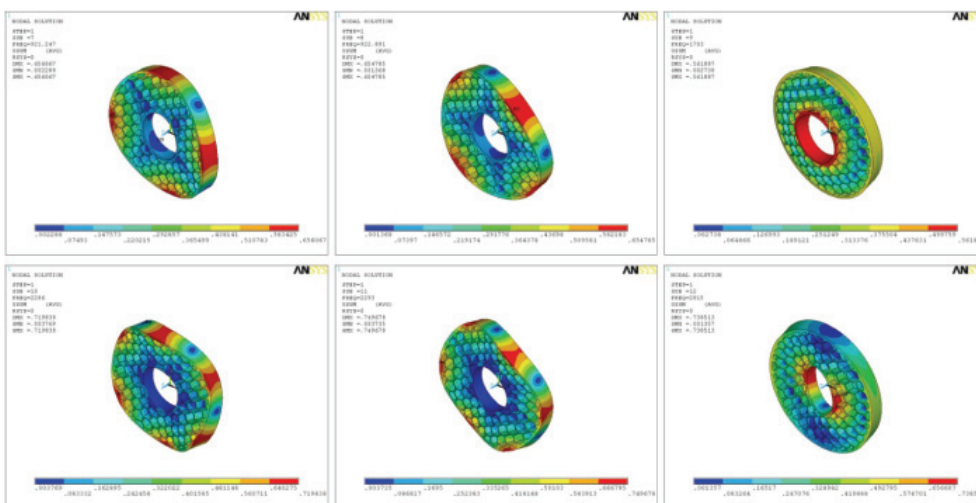


圖 15.
模態振型 (free mode/
第一階自然頻率 921 Hz)。

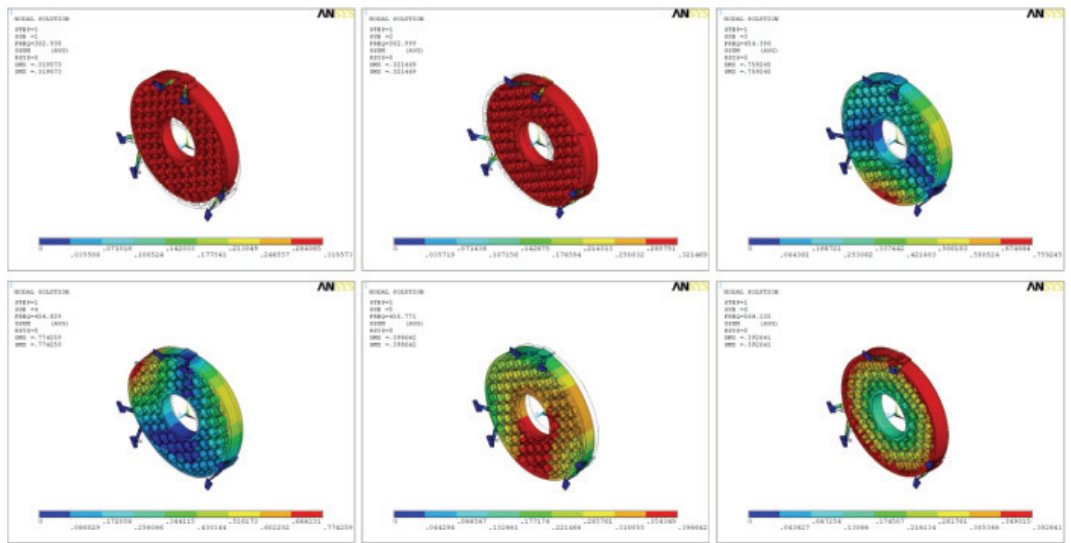


圖 16.
模態振型 (fixed mode/第一階自然頻率 302.93 Hz)。

3. 熱結構耦合模擬分析

光學鏡片減重輕量化設計，除考慮靜態及動態負載之因素外，尚需考量減重結構之熱穩定性。當外在環境處於極大溫度變化時，鏡片結構的熱變形可能導致無法滿足光學設計要求，得知輕量化鏡片結構溫度分布相當重要，不均勻的溫度分布會造成鏡片結構的翹曲變形及內應力之產生。由於遙測酬載光學反射主鏡片口徑較大，其在鏡片上常存在著

較大的溫差，一般較常出現的形式為一面冷一面熱，或是中心熱周圍冷的情況，這種溫度變化所導致的變形將為本文所討論的重點。圖 17 則為輕量化鏡片之溫度場、位移場及應力場之數值模擬分析結果，當鏡片兩面承受 5 °C 之溫度梯度時，鏡片最大熱變形為 402 nm，最大熱應力為 394.87 kPa，此變形量已超過光學設計要求容許範圍，因此有效降低熱變形方式及控制溫度均勻性為重要課題。

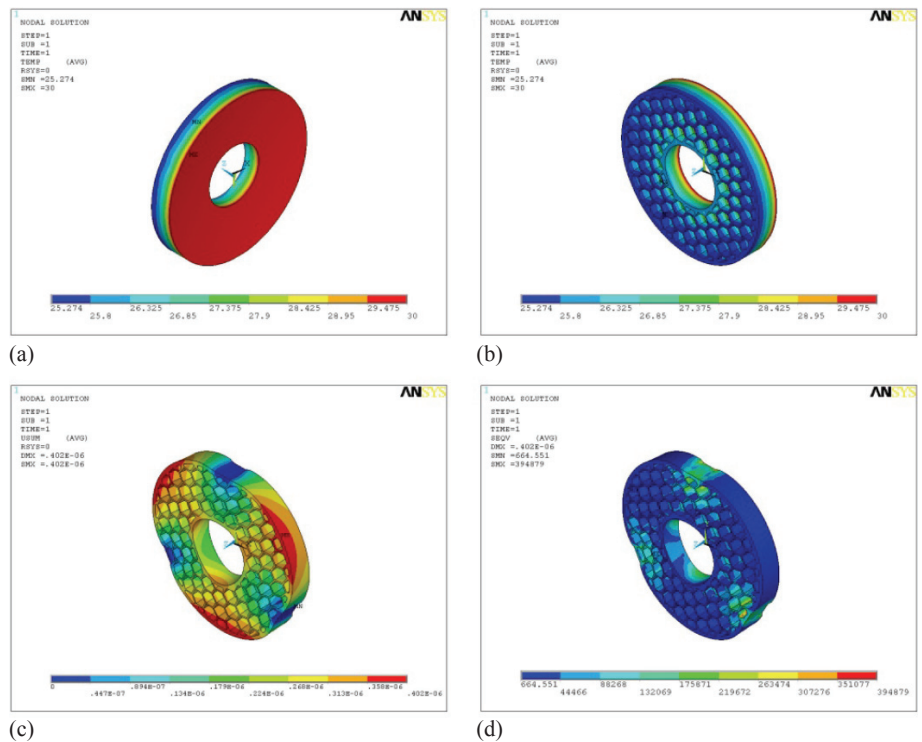


圖 17.
輕量化鏡片熱結構耦合分析。
(a) 鏡片反射面溫度分布，(b) 鏡片減重面溫度分布，(c) 鏡片熱變形分布，(d) 鏡片熱應力分布。

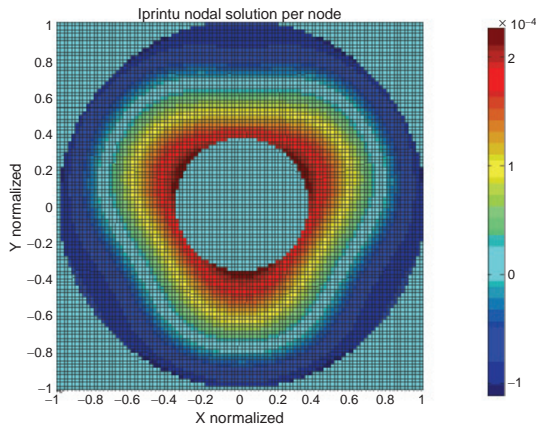
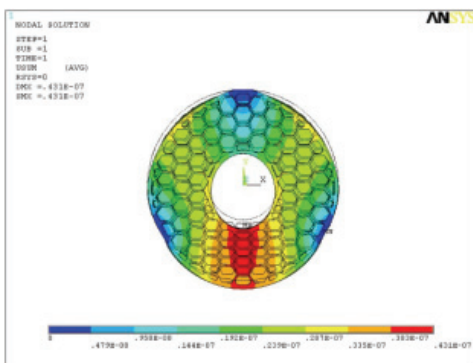


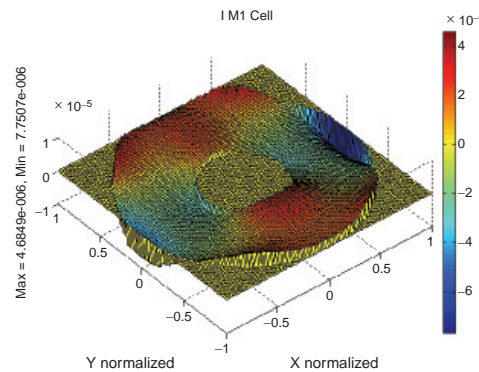
圖 18. 輕量化鏡片表面熱變形之標準 Zernike 多項式擬合圖形。

4. 表面變形之 Zernike 擬合

表 4 為輕量化主鏡兩面冷熱不均溫差 5 °C 所導致的熱變形，經 66 項 Zernike 多項式擬合結果，其擬合誤差為 3.13 nm RMS 或 26.33 nm PV。圖 18 則為輕量化鏡片表面熱變形之標準 Zernike 多項式擬合圖形，由計算結果圖形可清楚觀察出，此溫度分布所造成的表面誤差主要為離焦、球面像差，以及 ISM 三點固定所造成環狀三次波、六次波等波浪狀變形。而圖 19 及圖 20 則分別為輕量化主鏡光軸垂直及平行於 1g 重力之位移分布與標準 Zernike 多項式擬合圖形，由兩者模擬結果之圖形顯示，與鏡片變形現象相當吻合。



(a)



(b)

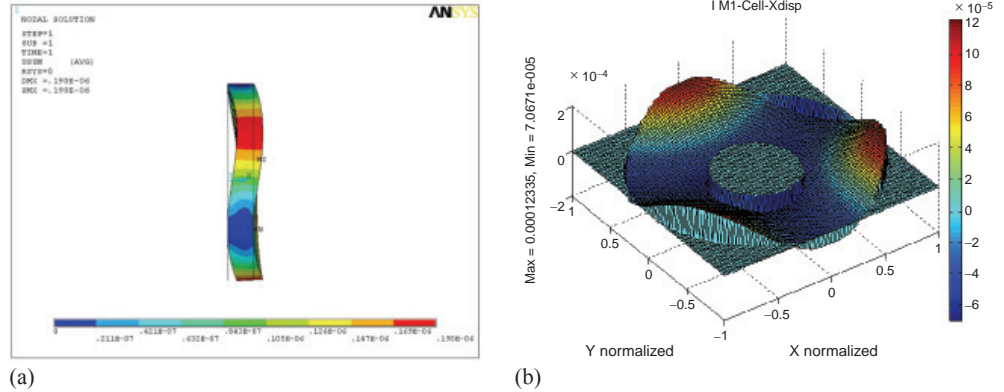
圖 19.

輕量化主鏡光軸垂直於 1g 重力之位移分布與標準 Zernike 多項式擬合圖形。(a) 徑向自重變形，(b) Zernike 多項式擬合圖形。

表 4. 輕量化鏡片表面熱變形之標準 Zernike 多項式主要項次。

Order Terms	Zernike polynomials	Radial (n) and circumferential (m) wave number	Coefficient	Aberration types	RMS residual error	P-V residual error
5	$2r^2 - 1$	$n = 2, m = 0$	-1.9760×10^{-4}	Focus	3.13 nm	26.33 nm
10	$r^3 \sin(\theta)$	$n = 3, m = 3$	3.3319×10^{-5}	Pri Trefoil-Y		
13	$6r^4 - 6r^2 + 1$	$n = 4, m = 0$	6.4419×10^{-5}	Pri Spherical		
20	$(5r^5 - 4r^3) \sin(3\theta)$	$n = 5, m = 3$	-5.2342×10^{-5}	Sec Trefoil-Y		
22	$r^6 (\cos 6\theta)$	$n = 6, m = -6$	-3.5704×10^{-6}	Pri Hexafoil-X		
25	$20r^6 - 30r^4 + 12r^2 - 1$	$n = 6, m = 0$	-1.3354×10^{-5}	Sec Spherical		
34	$(21r^7 - 30r^5 + 10r^3) \sin(3\theta)$	$n = 7, m = 3$	1.6122×10^{-5}	Ter Trefoil-Y		
38	$8r^8 (\cos 6\theta) - 7r^6 (\cos 6\theta)$	$n = 8, m = -6$	-1.3644×10^{-5}	Sec Hexafoil-X		
41	$70r^8 - 140r^6 + 90r^4 - 20r^2 + 1$	$n = 8, m = 0$	9.1245×10^{-6}	Ter Spherical		
52	$84r^9 (\sin 3\theta) - 168r^7 (\sin 3\theta) + 105r^5 (\sin 3\theta) - 20r^3 (\sin 3\theta)$	$n = 9, m = 3$	-1.0788×10^{-5}	Qua Trefoil-Y		

圖 20. 輕量化主鏡光軸平行於 1g 重力之位移分布與標準 Zernike 多項式擬合圖形。(a) 軸向自重變形，(b) Zernike 多項式擬合圖形。



5. 成像品質 MTF 計算分析

主鏡、次鏡之表面變形影響系統成像品質的因素相當多，包括離焦、球面像差、環狀三次波、六次波與九次波等波浪狀變形，非常複雜。藉由 Zernike 多項式擬合分析，可得知鏡片在不同重力場及溫差的作用下，表面變形量及其型態。而這些變形對系統成像品質的影響，尚需透過光學調制轉換函數 (modulation transfer function, MTF) 來呈現。MTF 是一種測試光學系統成像對比度及銳利度的評估方法，MTF 的值可以客觀反應光學系統由中心區到邊緣視野不同位置的成像品質。本文即針對主鏡因兩面冷熱不均於 5 °C 的溫差下，探討其熱變形導致系統 MTF 的變化情形，將主鏡面變形擬合所產生的 Zernike 多項式係數，代入 CODE V 光學軟體中計算，分析光學系統 MTF 原始設計與變形後之差異。圖 21 為原始光學設計 MTF

值，而圖 22 則為因鏡片兩面冷熱不均熱變形所導致系統 MTF 改變情形，比較兩圖形數值可看出，由於熱變形之影響系統 MTF 值產生了變化，最大降低約 0.06，此為單獨主鏡熱變形所導致 MTF 的下降，已超過光學設計容許範圍，因此如何有效控制溫差及降低熱變形為相當重要課題。

五、結論與建議

本研究根據陶瓷玻璃材料 Zerodur 光學反射鏡片應用於遙測酬載的設計要求，使用有限元素法分析反射鏡片之靜態強度、動態剛性及熱結構耦合等性能，結果顯示依光學設計要求在地面重力場作用下，其表面變形 P-V 值需小於 $\lambda/4$ ($\lambda = 633 \text{ nm}$)，應力值需小於玻璃材料破壞強度，動態分析第一自然頻率應避開 80 Hz，則綜合上述鏡片輕量化設計

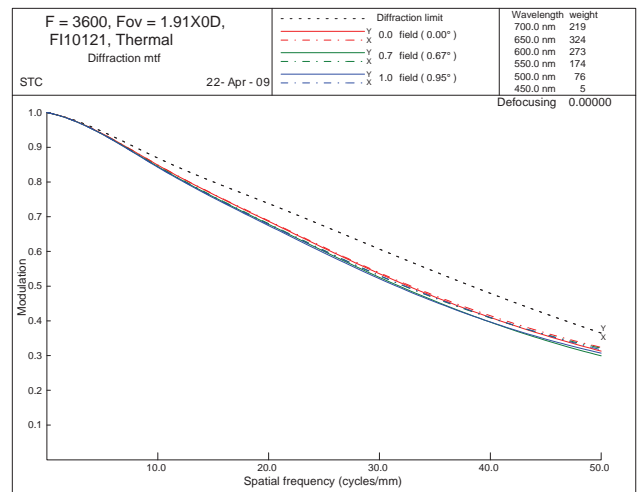
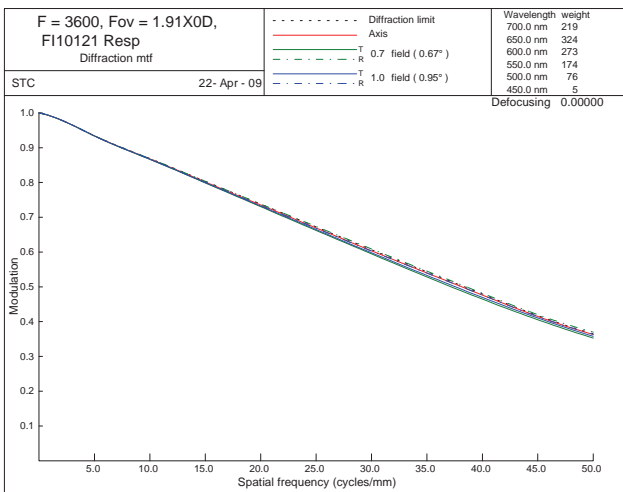


圖 22. 主鏡理想鏡面光學系統 MTF 值。

圖 22. 主鏡冷熱不均，導致熱變形後之系統 MTF 值。

分析結果可得以下結論：

1. 鏡片未減重前為 20.29 kg，經六角蜂巢狀結構輕量化設計後為 10.72 kg，輕量化百分比為 47.15%。
2. 靜態自重變形分析結果顯示，鏡片徑向變形誤差及應力值皆符合設計要求。
3. 動態剛性分析結果顯示，第一自然頻率皆發生在 900 Hz 以上，能有效避開結構系統共振頻率。
4. 鏡片表面變形之 Zernike 擬合結果顯示，主鏡由於兩面冷熱不均所導致的表面形狀誤差主要為離焦、球面像差、以及 ISM 三點固定所造成環狀三次波與六次波等波浪狀變形。
5. 當輕量化主鏡微裂縫小於 $51.34 \mu\text{m}$ ，以及 ISM 結構能有效支撐減緩外力影響，則在 6g 重力場作用下不致造成鏡片破裂。
6. 輕量化主鏡在兩面冷熱不均 5°C 溫差下，熱變形所導致系統 MTF 值降約 0.06，此值已超過鏡片光學設計所容許範圍，因此如何有效控制溫差及降低熱變形為相當重要課題。

參考文獻

1. A. C. Tribble, *The Space Environment: Implications for Spacecraft Design*, Princeton University Press, 3 (1995).
2. Y. C. Lin, L. J. Lee, S. T. Chang, T. M. Huang and C. H. Hwang, *Design and Simulation of Lightweight Mirror for Space Application*, ETIP Press, 334 (2009).
3. Y. C. Lin, L. J. Lee, S. T. Chang, T. M. Huang and C. H. Hwang, *Integrated Optomechanical Analysis of Large Optical Mirror for Space-based Telescope System*, MES Press, 624 (2009).
4. P. R. Yoder, *Optomechanical Design*, San Diego: SPIE Press, 50 (1993).
5. A. Ahmad, *Handbook of Optomechanical Engineering*, New York: CRC Press, 133 (1997).
6. K. B. Doyle, V. L. Genberg, and G. J. Michels, *Integrated*

- Optomechanical Analysis*, Washington: SPIE Press, 51 (2002).
7. P. R. Yoder, *Optomechanical System Design*, New York: Marcel Dekker, 119 (1993).
8. TIE-33: Design Strength of Optical Glass and Zerodur, Technical Information, SCHOTT, 8 (2009).



林育全先生為國立成功大學機械工程博士候選人，現任國家實驗研究院儀器科技研究中心助理研究員。

Yu-Chuan Lin is a Ph.D. candidate in the Department of Mechanical Engineering at National Cheng Kung University. He is currently an assistant researcher at Instrument Technology Research Center, National Applied Research Laboratories.



李龍正先生為國立清華大學化學博士，現任國家實驗研究院儀器科技研究中心研究員。

Long-Jeng Lee received his Ph.D. in chemistry from National Tsing Hua University. He is currently a researcher at Instrument Technology Research Center, National Applied Research Laboratories.



張勝聰先生為美國天主教大學物理碩士，現任國家實驗研究院儀器科技研究中心副研究員。

Shenq-Tsong Chang received his M.S. in physics from The Catholic University of America, USA. He is currently an associated researcher at Instrument Technology Research Center, National Applied Research Laboratories.