

# 屏幕複合式成像光分布量測儀

## Optical Distribution Meter by Screen Image Synthesis System

余業緯、陳瑋鑫、陳彥霖、陳鶴祥、孫慶成

Yeh-Wei Yu, Wei-Hsin Chen, Yen-Lin Chen, Hen-Xiang Chen, Ching-Cherng Sun

發光二極體已發展為現代照明之主要光源之一，於照明設計上，第一步就必須掌握光源之光形分布，除此之外，仍需掌握燈具或被照材料之散射特性—雙向散射分布函數，才能達到精確的照明設計。我們發展一種屏幕複合式成像光分布量測儀，其可以快速量測發光二極體封裝光形分布及雙向散射分布函數。屏幕複合式成像光分布量測儀使用二維屏幕及相機來擷取部分的光場分布，本文闡述其理論計算與校正方法，並實際量測擴散片之雙向散射分布函數。

Light-emitting diodes are common light sources in modern lighting. The optical distribution of an LED package and the bidirectional scattering distribution function (BSDF) of diffusing optical components are important factors in lighting design. This paper proposes an innovative method of measuring both the optical distribution of LEDs and BSDF quickly. The proposed method uses a 2-D screen and a camera to capture the illumination on a screen, and acquires the whole-field optical distribution by synthesizing the images on the screen in different angles. This paper presents theoretical calculations and experimental results demonstrating the construction of the BSDF.

### 一、前言

發光二極體 (LED) 的發展造就了現代照明革命<sup>(1-5)</sup>，以其為光源的各式燈具亦不斷被研發出來，光學工程師在設計高品質的燈具時，不只需要關注燈具所產生的光形分布，還要設計燈具所呈現的外觀，舉例來說：材料所呈現的質感對於藝術燈具而言至關重要，因為對於市面上的燈具產品而言，像是眩光程度或是材質質感等細微特性都決定了消費者的購買意願。工程師為了能夠使用軟體來模擬這些性質，必須要有一個資料庫，包含各種發光二極體封裝的光形分布及材料本身的雙

向散射分布函數 (bidirectional scattering distribution function, BSDF)<sup>(6-9)</sup>，大體上來說，光形分布及雙向散射分布函數皆可以使用相同的儀器來量測 (如配光曲線儀)<sup>(10-12)</sup>。儘管如此，我們依然不可忽視這兩種光學特性在量測上的相異性，當量測發光二極體封裝的光學分布時，光學分布的天頂角範圍通常大於  $90^\circ$ ，但對於雙向散射分布函數而言， $90^\circ$  的天頂角已經適用於雙向穿透分布函數 (bidirectional transmittance distribution function, BTDF) 或是雙向反射分布函數 (bidirectional reflectance distribution function, BRDF) 的量測，然而，由於必須改變待測物上不同的光線入射角度，並且系統本身存在的

高雜訊使得雙向散射分布函數在量測上更為複雜。

雙向散射分布函數的量測儀器大體上以逐點掃描程序來做量測，配光曲線儀可以實現寬廣的量測角度，通常使用簡單的一維配光曲線儀進行準確的一維散角量測，但是當進行二維的雙向散射分布函數量測時，由於雙向散射分布函數是一個四維函數，情況將變得非常複雜<sup>(12-15)</sup>，若待測物具有等向性 (isotropic)，可以將雙向散射分布函數簡化為三維函數<sup>(16)</sup>，即便如此，配光曲線儀的掃描特性仍然非常耗時。有鑑於此，Dana 提出了一個快速系統，其使用相機來節省量測時間，但由於 CCD 尺寸上的限制，仍然必須拍攝上百張照片<sup>(17)</sup>。Ward 則提出取像球 (image-sphere) 系統，其使用了半球鏡面作為投影面及魚眼鏡進行拍攝<sup>(18, 19)</sup>，使得量測非常快速，然而由於幾何架構與光學系統的限制，此量測方式的天頂角無法超過  $85^\circ$ <sup>(20)</sup>，而且加上其對於朗伯塗層表面 (Lambertian surface) 及成像系統的要求，整體造價昂貴。

另一方面，當工程師量測燈源或燈具整體光通量時，通常會使用積分球進行快速量測，然而由於光源本身的遮蔭效應產生不準度，使得積分球隨著

光源體積增大亦需要相對變大。此外，積分球本身的幾何構造對於光源的方向性具有不準度，使得光源分布改變時，仍會引入一定程度的不準度。

基於以上原因，發展一種屏幕複合式成像光分布量測儀 (screen image synthesis, SIS)，可以快速地量測發光二極體封裝光形分布及雙向散射分布函數，其係使用二維屏幕及相機來擷取部分的光場分布，並由各角度之影像合成全場域的光形分布，此儀器之優點為 (1) 節省時間，(2) 體積較小，(3) 量測上較具彈性，(4) 成本低廉，相較於現存技術，其優勢列表於表 1。

## 二、雙向散射分布函數

自然界之散射行為是非常複雜的，用來描述散射行為的方法也非常多種，其中最常用來描述擴散物體散射行為的方法及模型為雙向散射分布函數，其定義為散射光輝度 (radiance,  $L_s$ ) 除上入射光照度 (irradiance,  $E_i$ )<sup>(21)</sup>，

$$\text{BSDF}(\theta_i, \phi_i, \theta_s, \phi_s) = \frac{dL_s(\theta_s, \phi_s)}{dE_i(\theta_i, \phi_i)} \quad (1)$$

表 1. 屏幕複合式成像光分布量測儀與現存技術之比較表。

Comparing with goniometer						Comparing with integrating sphere		
	Luminaire turning device	Goniophotometer with mirror arrangement	Compact-Goniophotometer	Kardan-/Robot-Goniophotometer	SIS		Integrating sphere	SIS
Max size of object	1 m	2 m	20 cm	30 cm	d	Max size of object	d	d
Typical measuring distance	10–30 m	40 m	2 m	3 m	$10 \times d$	Typical measuring distance	$10 \times d$	
Angle resolution	$> 0.04^\circ$ depends on size of sensor and measurement distance				$0.06^\circ$ depends on size of sensor	Target dependent	Yes	No
Measuring time	minutes – hours				seconds	Measuring time	seconds	seconds
Relative size	200%	200%	100%	150%	100%	Size	$10 \times d$	$1.5 \times d$
Price (k US\$)	100	120	80	–	$< 20$	Price (k US\$) (d = 20cm)	70 (65 inch)	$< 20$

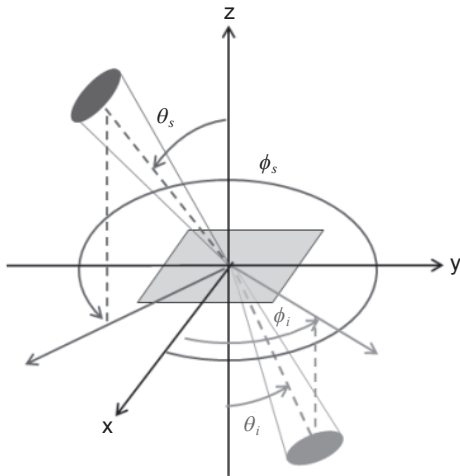


圖 1. 雙向散射分布函數之入射光、散射光與擴散物體之幾何關係。

幾何關係如圖 1，而  $(\theta_i, \phi_i)$  與  $(\theta_s, \phi_s)$  分別代表相對於擴散物體法線的入射光與散射光夾角。而為了使量測過程簡單，本文直接使用餘弦修正雙向散射分布函數 (cosine corrected bidirectional distribution function, CCBSDF)，其正比於光強 (intensity,  $I_s$ )，表示式可以被寫成

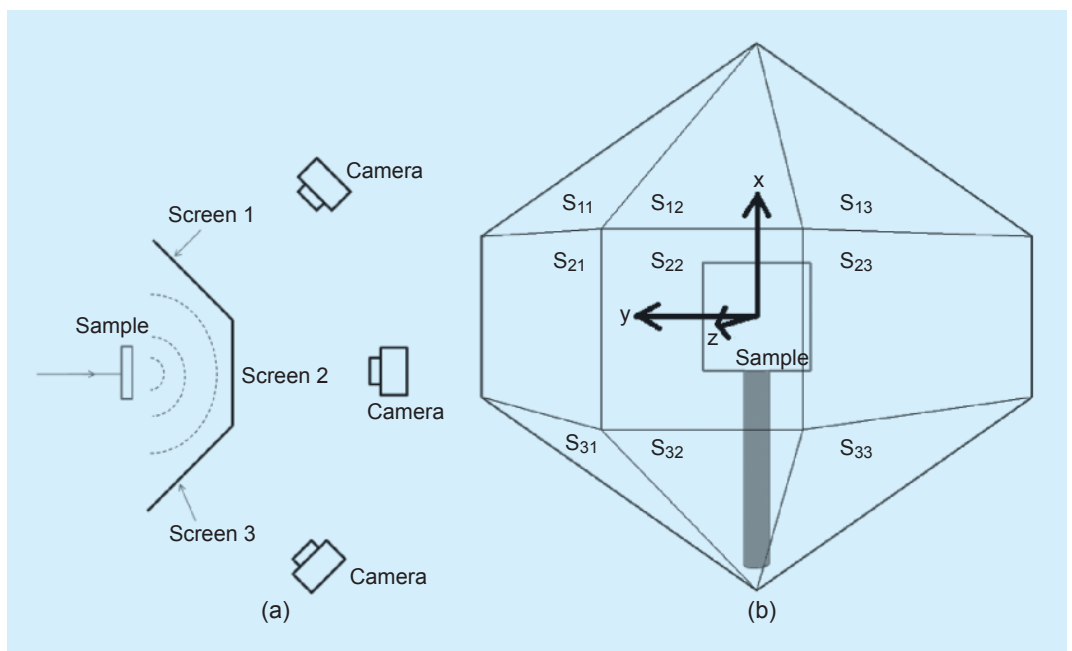
$$\begin{aligned} \text{CCBSDF}(\theta_i, \phi_i, \theta_s, \phi_s) \\ = \cos \theta_s \cdot \text{BSDF} = \frac{dI_s(\theta_s, \phi_s)}{dE_i(\theta_i, \phi_i)} \end{aligned} \quad (2)$$

### 三、屏幕複合式成像光分布量測儀之架構

屏幕複合式成像光分布量測儀使用二維屏幕及相機來擷取光場分布，但由於單一個屏幕難以收集到大角度的散射光，所以我們必須使屏幕在不同的角度拍攝多張照片以取得全場域之散射光。此一想法如圖 2 所示，屏幕 1 (screen 1)、屏幕 2 (screen 2) 及屏幕 3 (screen 3) 分別旋轉  $-45^\circ$ 、 $0^\circ$  及  $45^\circ$ ，則屏幕上的輝度分布會被相機記錄下來 (圖 1(a))，且資料收集的角度可以大過  $\pm 90^\circ$ 。屏幕在二維上旋轉以覆蓋所有的散射光，其中我們以  $S_{ij}$  代表屏幕旋轉在不同的角度上 (圖 1(a))，最後全場域的光分布將能藉由不同角度下的輝度分布計算出來。

圖 3 為實驗架構，實際量測時還會使用額外的黑色絨布覆蓋大部分的光學元件，以減少雜訊。我們使用同軸旋轉台使兩部分的元件分別圍繞同一個軸旋轉，其中待測物固定於中間的旋轉台，而面鏡 2 (M2)、面鏡 3 (M3)、面鏡 4 (M4) 及面鏡 5 (M5) 固定於外側的旋轉台，其側視圖如圖 4 至圖 6 所示，其中我們以  $(x, y, z)$  代表待測物之座標系統，並以  $(x', y', z')$  代表成像系統的座標系統， $\phi_x$  及  $\phi_y$  分別定義為繞著  $x'$  軸及  $y'$  軸旋轉的方位角。由面鏡 1 (M1) 反射的雷射光會沿著  $x'$  軸前進，當面鏡 2 沿著  $\phi_x$  旋轉時，面鏡 2 所反射之雷射光會和面

圖 2. 屏幕複合式成像光分布量測儀的等效示意圖：(a) 俯視圖；(b) 旋轉屏幕在九個方向上以覆蓋所有的量測角度 (22)。



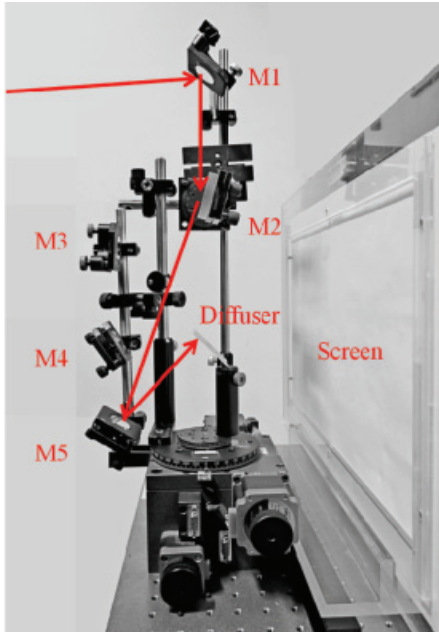


圖 3. 屏幕複合式成像光分布量測儀之實驗架構<sup>(22)</sup>。

鏡 2 轉動相同的角度，因此當外側的旋轉台轉動時，面鏡 2 的反射光會固定照在面鏡 3、面鏡 4 或面鏡 5 上，我們稱面鏡 3、面鏡 4 及面鏡 5 為導向面鏡，面鏡 3、面鏡 4 或面鏡 5 的反射光將會分別沿著  $\phi_y$  旋轉  $-45^\circ$ 、 $0^\circ$  或  $45^\circ$ ，相對地，待測物也必須沿著  $\phi_y$  旋轉  $-45^\circ$ 、 $0^\circ$  或  $45^\circ$ 。

#### 四、幾何關係與光強轉換

圖 7 為俯視圖，當面鏡 2、導像面鏡及待測物一起沿著  $\phi_x$  旋轉，圖 7 (a)、(b) 及 (c) 顯示  $\phi_x$  旋轉角度分別為  $45^\circ$ 、 $0^\circ$  及  $-45^\circ$  時之俯視圖，基於架構的幾何結構，相機上 CMOS 感測器所捕捉到的照度分布 ( $E_c$ ) 並不直接等於待測物的餘弦修正雙向散射分布函數，藉由圖 8 來計算  $E_c$  與餘弦修正雙向散射分布函數之關係， $\theta_z$  為相對於  $z'$  之天

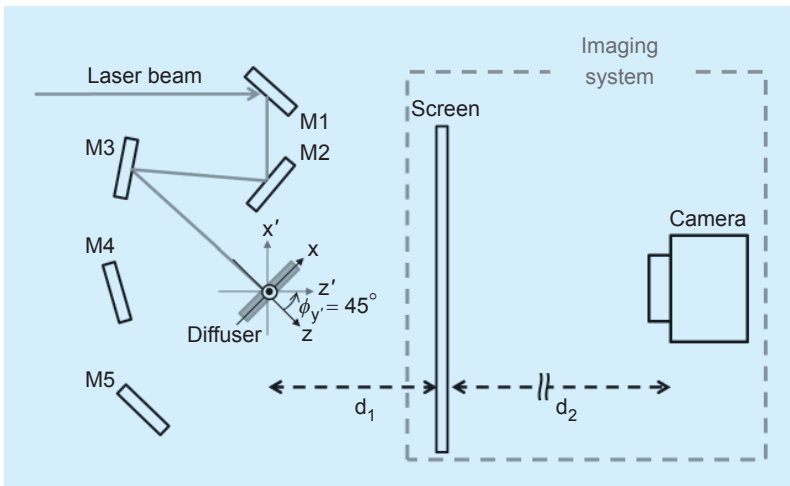


圖 4.

當 M3 作為導向面鏡時之架構側視圖<sup>(22)</sup>。

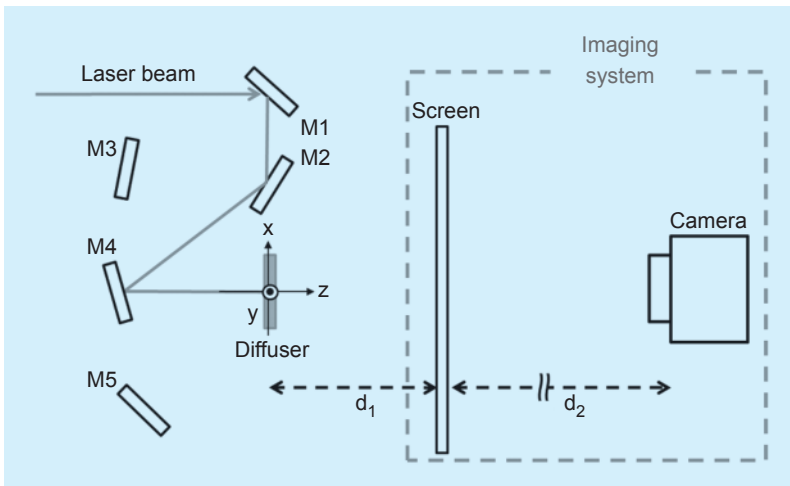


圖 5.

當 M4 作為導向面鏡時之架構側視圖<sup>(22)</sup>。

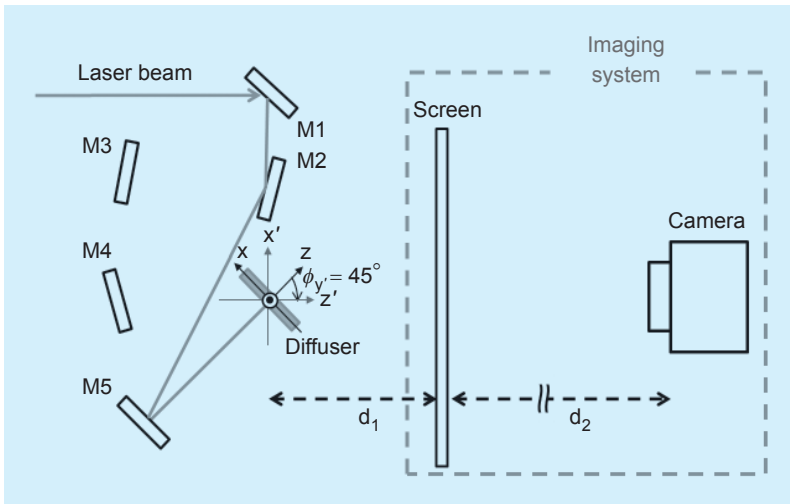


圖 6. 當 M5 作為導向面鏡時之架構側視圖<sup>(22)</sup>。

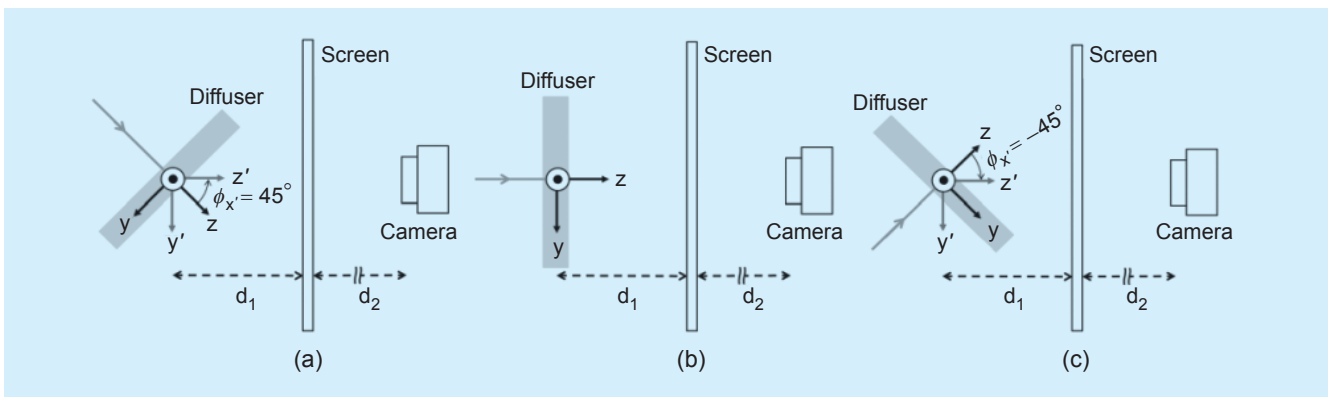


圖 7. 當入射光與待測物分別沿著  $\phi_{x'}$  旋轉 (a)  $-45^\circ$ 、(b)  $0^\circ$  及 (c)  $45^\circ$  時之俯視圖<sup>(22)</sup>。

頂角，可以被表示為

$$\theta_{z'} = \tan^{-1} \left( \frac{\sqrt{x'^2 + y'^2}}{d_1} \right) \quad (3)$$

$\theta_c$  為相對於相機正向的天頂角，可以被表示為

$$\theta_c = \tan^{-1} \left( \frac{\sqrt{x'^2 + y'^2}}{d_2} \right) \quad (4)$$

則螢幕上的照度 ( $E_s$ ) 分布為<sup>(23)</sup>

$$E_s \propto \cos^3 \theta_{z'} \cdot \text{CCBSDF}(x', y') \quad (5)$$

若螢幕散射特性為朗伯特特性，且相機的鏡頭開在光圈值 ( $f$ -number) 大於 5.6 的較小光圈模式下，相機

上的 CMOS 上的照度分布為<sup>(23)</sup>

$$E_c \propto \cos^4 \theta_c \cdot E_s(x', y') \quad (6)$$

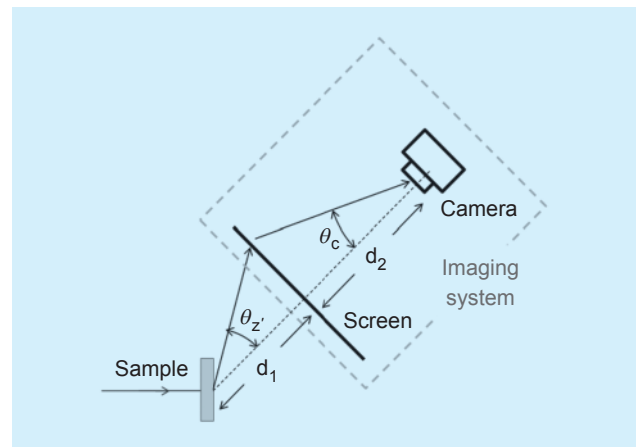


圖 8. 量測架構之幾何關係圖<sup>(22)</sup>。

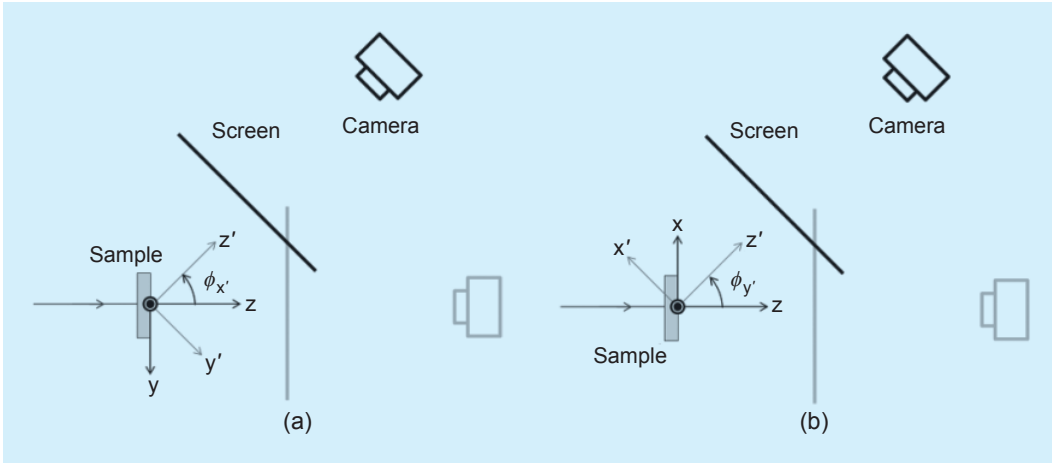


圖 9. 座標旋轉之幾何關係。

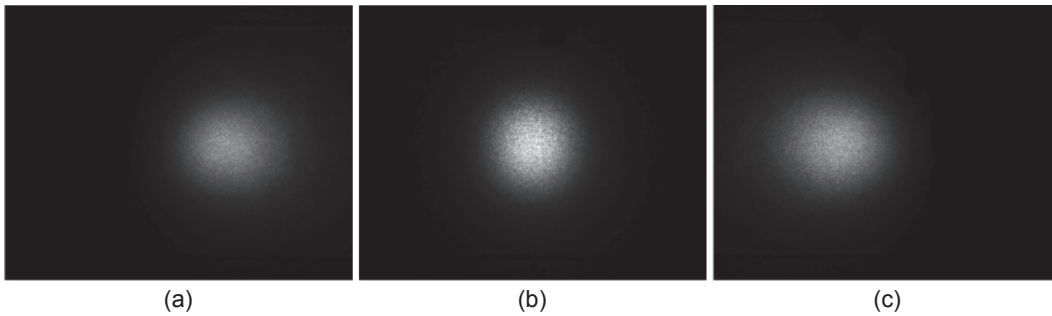


圖 10. 相機所拍攝得之照片<sup>(22)</sup>。

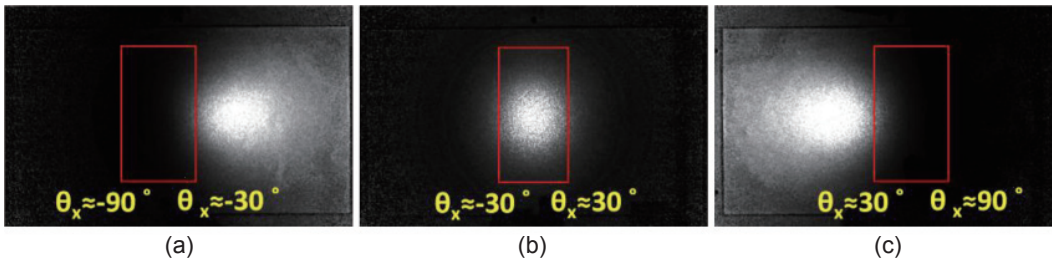


圖 11. 座標轉換後的餘弦修正雙向穿透分布函數<sup>(22)</sup>。

則可以得到  $E_c$  與 CCBSDF 之間的關係

$$\text{CCBSDF}(x', y') \propto \frac{E(x', y')}{\cos^4 \theta_c \cdot \cos^3 \theta_z} \quad (7)$$

圖 9 顯示座標旋轉之幾何關係圖，座標原點位於雷射光入射待測物上之中心點，由於所得到的每張圖拍攝時所使用的座標系  $(x', y', z')$  皆相對於待測物座標  $(x, y, z)$  旋轉特定角度，我們必須將各結果皆轉換為待測物座標系  $(x, y, z)$  才能將其合併。

當成像系統旋轉  $\phi_{x'}$  及  $\phi_{y'}$ ，座標轉換可以表示為

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi_{y'} & \sin \phi_{x'} \sin \phi_{y'} & \cos \phi_{x'} \sin \phi_{y'} \\ 0 & \cos \phi_{x'} & -\sin \phi_{x'} \\ -\sin \phi_{y'} & \sin \phi_{x'} \cos \phi_{y'} & \cos \phi_{x'} \cos \phi_{y'} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} \quad (8)$$

為了方便表達，將餘弦修正雙向散射分布函數畫在  $(\theta_x, \theta_y)$  所構成的二維平面上，其中  $\theta_x$  及  $\theta_y$  對應到角頻譜空間的概念，其與座標系  $(x, y, z)$  的關係為

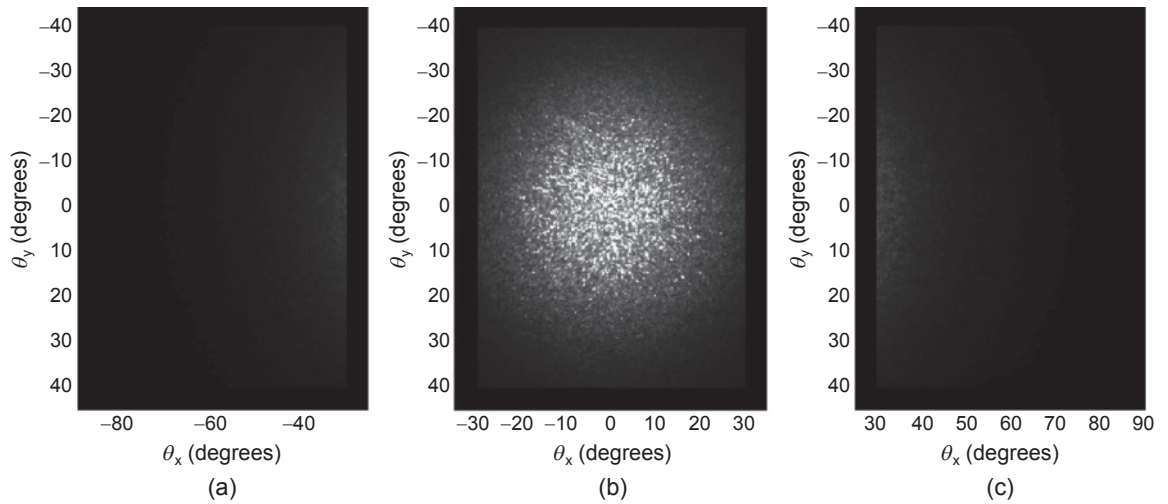


圖 12. 實際使用的區域<sup>(22)</sup>。

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad (9)$$

$$\theta_x = \cos^{-1}\left(\frac{x}{r}\right) \quad (10)$$

$$\theta_y = \cos^{-1}\left(\frac{y}{r}\right) \quad (11)$$

而球座標系與待測物座標系之間的轉換關係則為

$$\theta_s = \cos^{-1}\left(\frac{z}{r}\right) \quad (12)$$

$$\phi_s = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) \quad (13)$$

## 五、餘弦修正雙向穿透分布函數量測與驗證

在量測中使用波長 532 nm 的 Verdi 雷射照射待測物，雷射寬度為 2.5 mm，待測物與屏幕距離  $d_1$  及屏幕與相機距離  $d_2$  (圖 8) 分別為 8 cm 及 108 cm，螢幕的大小為 25 cm × 45 cm，相機為 Canon EOS 500D 數位相機，成像鏡頭為 Sigma 17-70 F2.8-4，量測時將鏡頭焦距設定在 57 mm，光圈值設定為 7.1，相機感光度設定為 100，曝光時間設定為 0.5 秒，對於這樣的屏幕在這樣的幾合架構下，水平方向的角度覆蓋為  $\pm 117^\circ$ ，垂直方向的角度覆蓋則為  $\pm 102^\circ$ ，若讓屏幕大小為 45 cm × 45

cm，也可以輕易地在垂直方向上達到  $\pm 117^\circ$  的角度覆蓋。

為了得到某入射角  $(\theta_i, \phi_i)$  下的全域餘弦修正雙向穿透分布函數 (cosine corrected bidirectional transmittance distribution function, CCBTDF)，則需拍攝 9 張照片。這裡舉面鏡 4 作為導向面鏡時之 3 張照片為例子，此時  $\theta_i$  設定為  $0^\circ$ ，拍攝結果如圖 10(a)、(b) 及 (c) 所示。使用以下的公式，將相機所取得的灰階分布轉為 CMOS 上的照度分布 ( $E_c$ ):

$$E_c \propto C \cdot \log\left(\frac{255}{255 - G}\right) \quad (14)$$

其中  $G$  為相機獲得之灰階值，而  $C$  則為一常數。圖 11(a)、(b) 及 (c) 為使用 (7) 式及 (14) 式分別由圖 10(a)、(b) 及 (c) 算出的 CCBTDF ( $x', y'$ )，圖中的紅色框定義了接下來將要使用的區域，圖 12 (a)–(c) 顯示了紅色框中的範圍座標轉換至  $(\theta_x, \theta_y)$  的結果，結合這 3 張圖，可得  $\theta_y$  在  $-40^\circ$  及  $40^\circ$  之餘弦修正雙向穿透分布函數 (圖 13)。因循著相同的步驟，可以獲得當面鏡 3 或面鏡 5 用作導像面鏡時之部分餘弦修正雙向穿透分布函數，最終將其結合以獲得全域的餘弦修正雙向穿透分布函數，並利用頻域空間之低通濾波將雷射所產生的光斑 (speckle) 濾除，以獲得較為滑順的圖形 (圖 14)。

由於待測物具有等向性，只需要改變入射光的天頂角  $(\theta_i)$ ，而不需要改變方位角  $(\phi_i)$ ，即使中心

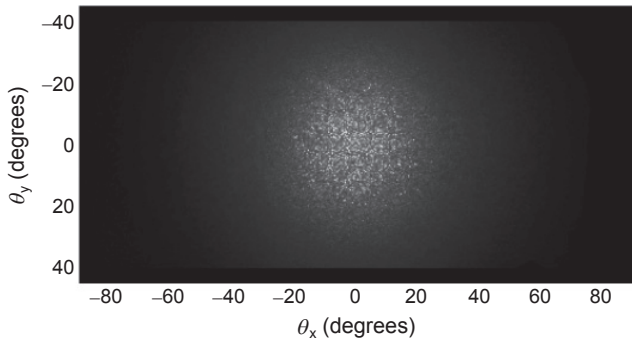


圖 13. 部分的餘弦修正雙向穿透分布函數<sup>(22)</sup>。

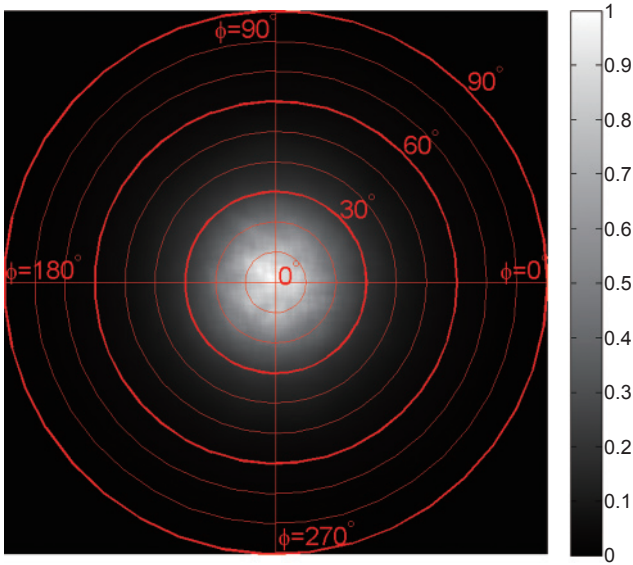


圖 14. 入射角為  $0^\circ$  時，全域的餘弦修正雙向穿透分布函數<sup>(22)</sup>。

旋轉台與外側旋轉台的角度差為  $\theta_i$ ，不同  $\theta_i$  下量到的餘弦修正雙向穿透分布函數如圖 15 所示，可以發現不同入射角下，散射光的峰值位置亦隨之改變。

接著使用一維配光曲線儀驗證屏幕複合式成像光分布量測儀之量測結果 (圖 16)，其中黑色曲線為一維配光曲線儀的量測結果，紅色線則為屏幕複合式成像光分布量測儀之量測結果，兩者之量測結果非常相近，因而驗證了屏幕複合式成像光分布量測儀之正確性。

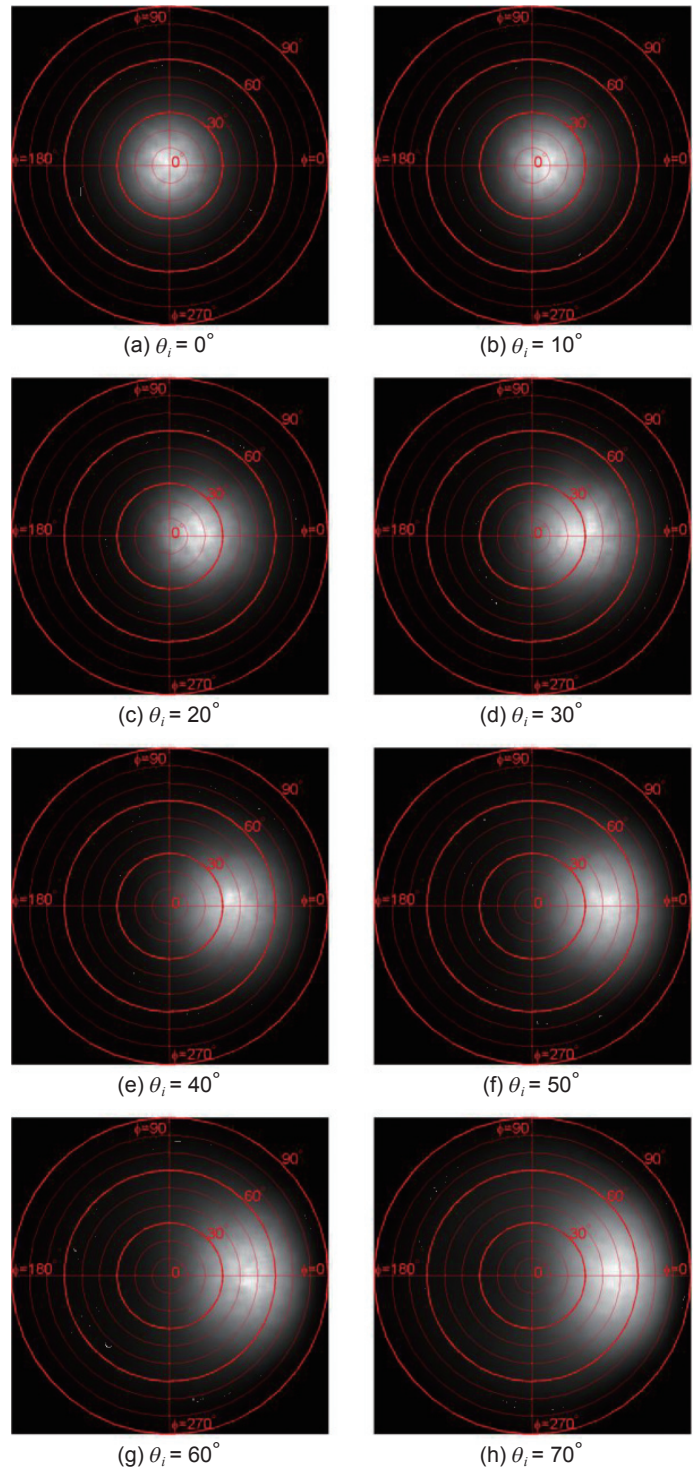


圖 15. 不同入射角下的餘弦修正雙向穿透分布函數：(a)  $\theta_i = 0^\circ$ 、(b)  $\theta_i = 10^\circ$ 、(c)  $\theta_i = 20^\circ$ 、(d)  $\theta_i = 30^\circ$ 、(e)  $\theta_i = 40^\circ$ 、(f)  $\theta_i = 50^\circ$ 、(g)  $\theta_i = 60^\circ$  與 (h)  $\theta_i = 70^\circ$  <sup>(22)</sup>。

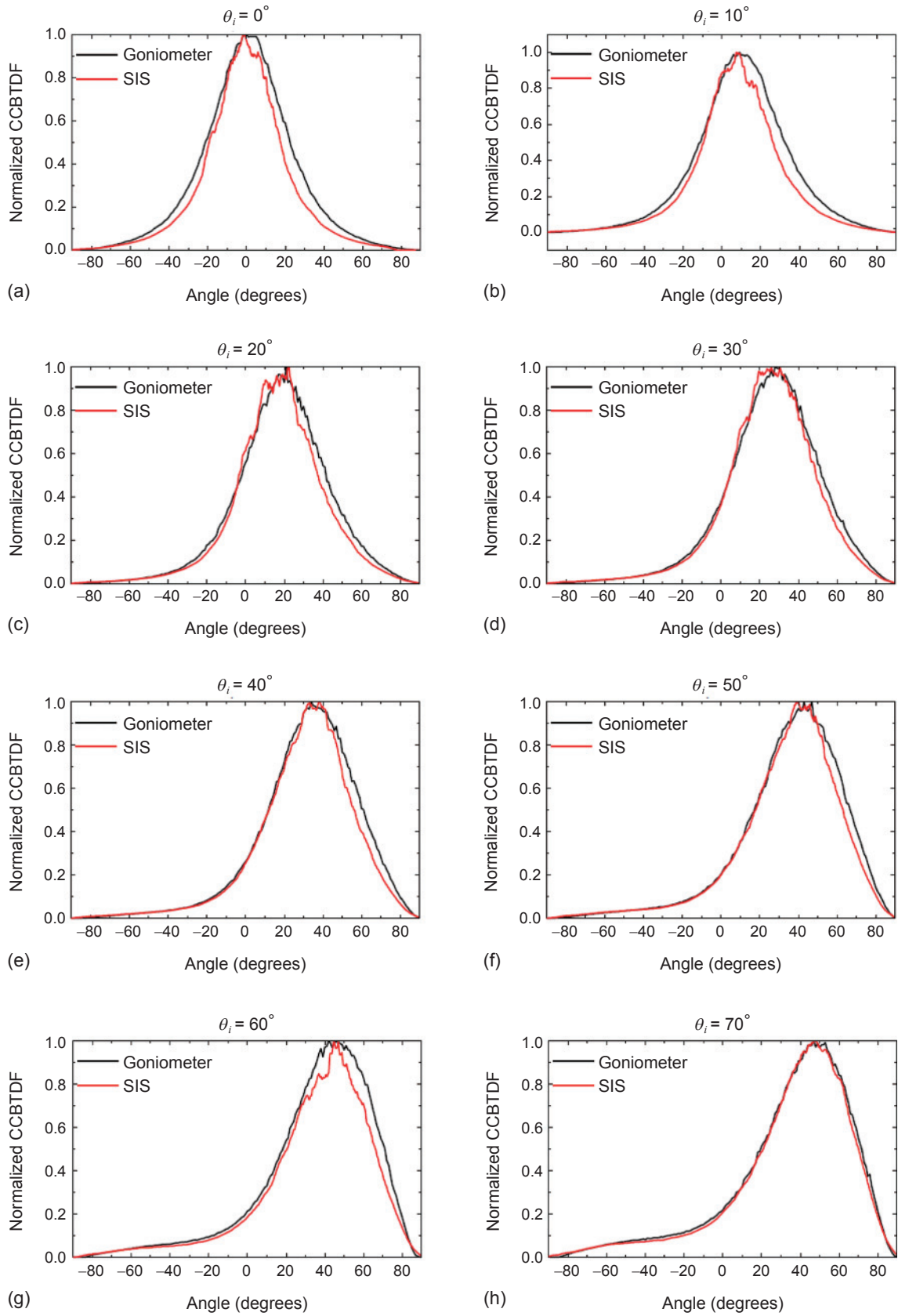


圖 16. 和一維配光曲線儀的比較結果：(a)  $\theta_i = 0^\circ$ 、(b)  $\theta_i = 10^\circ$ 、(c)  $\theta_i = 20^\circ$ 、(d)  $\theta_i = 30^\circ$ 、(e)  $\theta_i = 40^\circ$ 、(f)  $\theta_i = 50^\circ$ 、(g)  $\theta_i = 60^\circ$  與 (h)  $\theta_i = 70^\circ$  <sup>(22)</sup>。

## 六、以屏幕複合式成像光分布量測儀所量測到之餘弦修正雙向穿透分布函數進行光學模擬

我們將量測到之餘弦修正雙向穿透分布函數，利用光追跡軟體 ASAP 光機來進行模擬，燈具與模擬架構如圖 17 所示，於四個 CREE XP-E 發光二極體前放置一擴散片，再以光圈值 4.5 之鏡片將發光二極體打到擴散片後的影像成像到 CMOS 上。此模擬用了三片不同擴散程度的擴散片，分別為擴散片 A、擴散片 B 及擴散片 C，如圖 18 所示，直接將這些擴散片覆蓋在文字上，可以看到通過擴散片後文字會有不同的對比度，對比度較低及代表其擴散程度較大。我們將屏幕複合式成像光分布量測儀量到擴散片之餘弦修正雙向穿透分布函數放入 ASAP 光機模擬軟體進行上述之模擬，其模擬結果如圖 19 所示，比較實驗結果圖 20，可以看到以屏幕複合式成像光分布量測儀量測到餘弦修正雙向穿透分布函數為擴散片之散射模型成功地模擬，並預測了擴散片於燈具設計上之光學行為。

## 七、結論

本文提出一全新的量測架構，其為屏幕複合式成像光分布量測儀，此儀器可量測光源的光形分布及擴散物體之雙向散射分布函數，相較於傳統以掃描程序進行量測儀器，屏幕複合式成像光分布量測儀利用屏幕可以一次量測大範圍之光形分布，而有效加快量測時間。本儀器目前架構的天頂角量測範圍為  $\pm 117^\circ$ ，使其可以被廣泛應用於發光二極體封裝的光形分布量測及擴散物體之雙向散射分布函數量測。此外，本文詳細敘述了屏幕複合式成像光分布量測儀之建構方法及過程，並將其量測結果與一維配光曲線儀之量測結果相互比對，其屏幕複合式成像光分布量測儀量測結果與一維配光曲線儀量測結果相符。最後本文將屏幕複合式成像光分布量測儀所量測到之雙向散射分布函數放進 ASAP 光機模擬軟體進行光學模擬，其結果亦與實驗結果相符。由此可知屏幕複合式成像光分布量測儀可提供光學工程師確認物體之散射特性，並可進行精確之光學模擬。

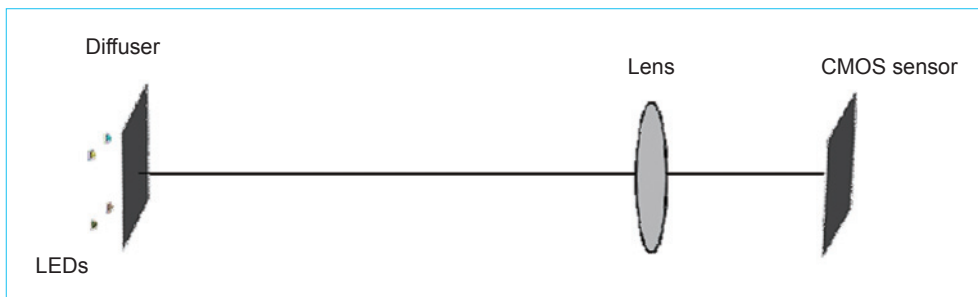


圖 17. 直接看被擴散片覆蓋的 LED 燈具之模擬架構<sup>(22)</sup>。

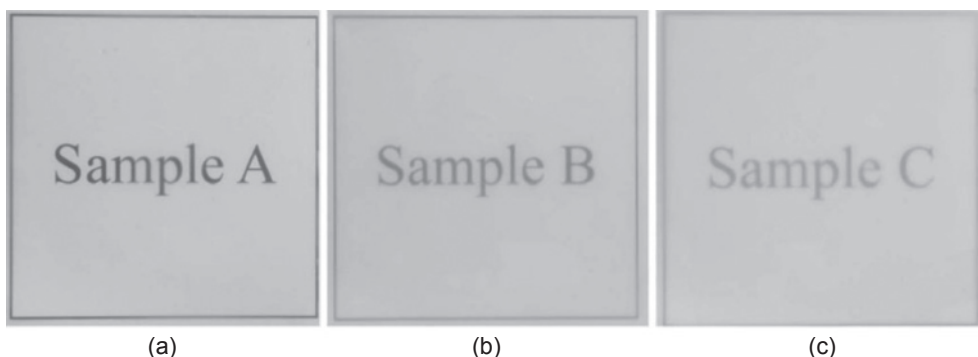


圖 18. 三種不同之擴散片：(a) 擴散片 A；(b) 擴散片 B；(c) 擴散片 C<sup>(22)</sup>。

圖 19.

以屏幕複合式成像光分布量測儀量測之餘弦修正雙向穿透分布函數進行模擬之結果，其分別使用之擴散片為 (a) 擴散片 A、(b) 擴散片 B 及 (c) 擴散片 C<sup>(22)</sup>。

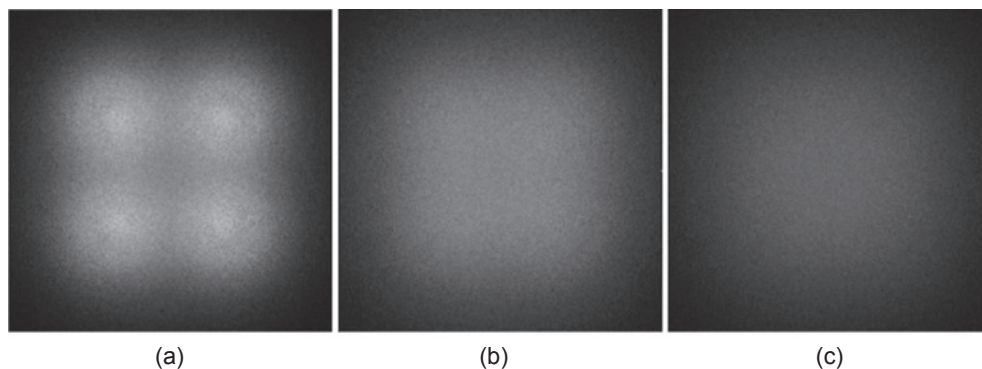
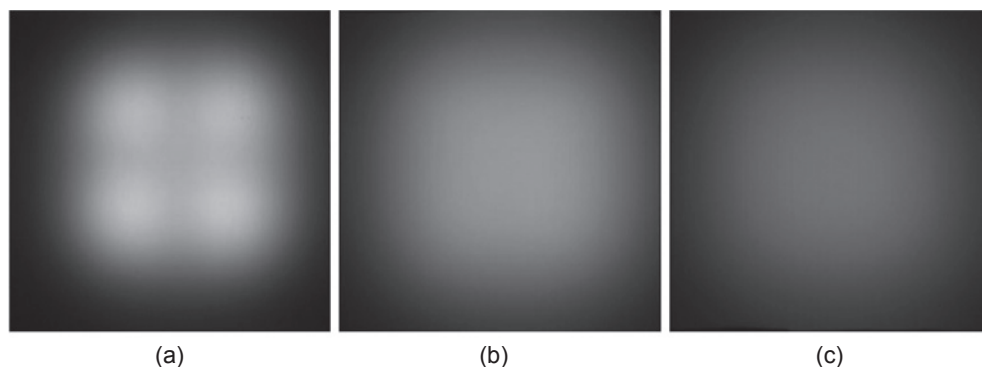


圖 20.

實驗結果，其分別使用之擴散片為 (a) 擴散片 A、(b) 擴散片 B 及 (c) 擴散片 C<sup>(22)</sup>。



本文主要內容來自 2012 年發表在 *Optics Express* 第二十卷第二期 1268–1280 頁，題目為 Bidirectional Scattering Distribution Function by Screen Imaging Synthesis 之文章。

## 誌謝

本研究感謝國家科學委員會（計畫編號 97-2221-E-008-025-MY3、99-2623-E-008-002-ET、99-2221-E-008-047 及 SC100-3113-E-008-001）的經費支持。

## 參考文獻

1. Z. Feng, Y. Luo, and Y. Han, *Opt. Express*, **18**, 22020 (2010).
2. F. Chen, K. Wang, Z. Qin, D. Wu, X. Luo, and S. Liu, *Opt. Express*, **18**, 20960 (2010).
3. S. Wang, K. Wang, F. Chen, and S. Liu, *Opt. Express*, **19**, A716 (2011).
4. Z. M. Zhu, X. H. Qu, G. X. Jia, and J. F. Ouyang, *J. Display Technol.*, **7**, 84 (2011).
5. C. H. Tsuei, J. W. Pen, and W. S. Sun, *Opt. Express*, **16**, 18692 (2008).
6. M. A. Greiner, B. D. Duncan, and M. P. Dierking, *Appl. Opt.*, **46**, 6485 (2007).
7. J. F. Murray-Coleman and A. M. Smith, *J. Illum. Eng. Soc.* (1990).
8. W. T. Chien, C. C. Sun, and I. Moreno, *Opt. Express*, **15**, 7572 (2007).
9. I. Moreno and C. C. Sun, *Opt. Express*, **16**, 1808 (2008).
10. J. S. Kim, P. K. H. Ho, N. C. Greenham, and R. H. Friend, *J. Appl. Phys.*, **88**, 1073 (2000).
11. S. I. Chang, J. B. Yoon, H. Kim, J. J. Kim, B. K. Lee, and D. H. Shin, *Opt. Lett.*, **31**, 3016 (2006).
12. T. F. Schiff, J. C. Stover, D. J. Wilson, B. D. Swimley, M. E. Southwood, and D. R. Bjork, *Proc. SPIE*, **1753**, 262 (1992).
13. M. T. Beecroft, J. T. Neu, and J. Jafolla, *Proc. SPIE*, **1753**, 304 (1992).
14. D. R. White, P. Saunders, S. J. Bonsey, J. van de Ven, and H. Edgar, *Appl. Opt.*, **37**, 3450 (1998).
15. T. A. Germer and C. C. Asmail, *Rev. Sci. Instrum.*, **70**, 3688 (1999).
16. J. C. Martinez-Anton and E. Bernabeu, *Appl. Opt.*, **33**, 6059 (1994).
17. K. J. Dana, S. Nayar, B. van Ginneken, and J. J. Koenderink, *ACM Trans. Graph.*, **18**, 1 (1999).
18. G. J. Ward, *Comput. Graph.*, **26**, 265 (1992).
19. H. Kostal, D. Kreysar, and R. Rykowski, *OSA Frontiers in Optics Conference*, paper FMJ6 (2008).

20. Radiant ZEMAX, LLC, *Imaging Sphere for Luminous Intensity measurement* (Radiant ZEMAX, LLC, 2011).  
[http://www.radiantimaging.com/index.php?q=system/files/products/specifications/%5BProduct\\_Sheet%5D\\_IS-LI\\_Imaging\\_Sphere\\_110328.pdf](http://www.radiantimaging.com/index.php?q=system/files/products/specifications/%5BProduct_Sheet%5D_IS-LI_Imaging_Sphere_110328.pdf)
21. J. C. Stover, *Optical Scattering Measurement and Analysis*, New York: McGraw-Hill (1990).
22. Y.-W. Yu, Y.-L. Chen, W.-H. Chen, H.-X. Chen, X.-H. Lee, C.-C. Lin, and C.-C. Sun, *Opt. Express*, **20**, 1268 (2012).
23. V. N. Mahajan, *Optical Imaging and Aberrations*, Bellingham, Washington: SPIE PRESS (1998).



余業緯先生為國立中央大學光電博士，現任國立中央大學光電科學與工程學系博士後研究員。

Yeh-Wei Yu received his Ph.D. in optics and photonics from National Central University. He is currently a postdoctoral research in the Department of Optics and Photonics at National Central University.



陳瑋鑫先生為國立中央大學光電學士，現就讀國立中央大學光電科學與工程學系碩士班。

Wei-Hsin Chen received his B.S. in optics and photonics from National Central University. He is currently a M.S. student in the Department of Optics and Photonics at National Central University.



陳彥霖先生為國立中央大學光電碩士。

Yen-Lin Chen received his M.S. in optics and photonics from National Central University.



陳鶴祥先生為國立中央大學光電學士，現就讀國立中央大學光電科學與工程學系碩士班。

Hen-Xiang Chen received his B.S. in optics and photonics from National Central University. He is currently a M.S. student in the Department of Optics and Photonics at National Central University.



孫慶成先生為國立中央大學光電博士，現任國立中央大學光電科學與工程學系系主任暨國立中央大學照明與顯示科技研究所所長。

Ching-Cherng Sun received his Ph.D. in optical science from National Central University. He is currently the chair of the Department of Optics and Photonics at National Central University. Also, he is currently the chair of the Institute of Lighting and Display Science at National Central University.