

# 利用整體經驗模態分解法處理光學檢測中的混合條紋訊號

## Using Ensemble Empirical Mode Decomposition Method to Analyze Mixing Fringe in Optical Testing

陳昱達、歐陽盟、吳順德、林修國、李正中、邱俊誠、李幸聰

Yu-Ta Chen, Mang Ou-Yang, Shuen-De Wu, Shiou-Gwo Lin, Cheng-Chung Lee, Jin-Chern Chiou, Sing-Tsung Lee

條紋分析法在光學檢測中是一門重要的檢測技術，透過光學檢測方法能獲得高品質的光學元件。光學檢測中利用擷取到的干涉圖來分析，並藉此提升光學元件品質，但常會有混合條紋影響到干涉圖形。在本文中，我們透過傾斜像差來模擬混合條紋的影響，並使用幾個去混合條紋雜訊的方法來還原原始條紋及重建其光程差。將雜訊干涉圖形使用整體經驗模態分解法來分解並得到本質模態函數，接著將特定的本質模態函數移除，來降低混合條紋雜訊的影響。經過處理的雜訊干涉圖形，將可以輕易地利用條紋分析法來重建原始條紋的光程差。將模擬的混合條紋雜訊干涉圖形經由整體經驗模態分解法來降低其混合條紋雜訊後，重建的光程差與原始條紋的光程差均方根值相差 0.081 個波長。在實驗中，整體經驗模態分解法在處理較直的干涉條紋時能有較佳的分解能力，但對於較彎曲的干涉條紋，則不易將雜訊與原始訊號分離。

Fringe analysis is an important technique in optical testing, and optical testing can bring high quality and high precise optics. In the optical lens measuring, the fringe of the optical lens is analyzed as the interferometer acquiring the interferogram and the influence of the mixing fringe usually affects the interferogram. In this paper, the mixed image is simulated by the tilt aberration, and several methods of the reducing mixing fringe are utilized to reconstruct the optical paths difference (OPD) profile of the mixed image. The ensemble empirical mode decomposition (EEMD) method is used to decompose the mixed image into several intrinsic mode functions (IMFs), and then removing one or more IMFs to reduce the influence of the mixing fringe in the mixed image. After the procedure of reducing influence of the mixing fringe, the noisy fringe can reconstruct the OPD profile easily. Using EEMD method to reduce the influence of the mixing fringe in the simulation, the root mean square (RMS) value of the OPD is 0.081 waves as the residue image subtracted from the OPD profiles of original image. In the experiment, the EEMD method reducing the noise of the mixing fringe has the advantage on the straighter fringe, but the crooked fringe is difficult to be separated from the noisy interferogram after the procedure of the EEMD.

## 一、介紹

光學檢測技術是一門用來檢測光學元件表面平整度的非破壞性檢測技術。透過此非破壞性檢測，可以精確地得到光學元件的表面平整度，又不會破壞光學元件的表面，藉此提升光學元件的品質與價值。在光學鏡片檢測中，常利用干涉儀 (interferometer) 取得待測光學元件的干涉圖形 (interferogram)。接著，利用干涉條紋分析方法 (fringe analysis) 來分析干涉圖形中的干涉條紋 (fringe)，並藉此分析方法來建構此光學鏡片與干涉儀中參考鏡片 (reference lens) 的光程差 (optical path difference)，因此干涉條紋分析方法是光學檢測中重要的一門技術。

未知的光學元件可透過干涉條紋重建的光程差來判定此光學元件的品質，而干涉條紋是由干涉圖形中的許多極值所構成。這些極值的位置常會因為量測環境的雜訊干擾、系統誤差以及人為因素的影響，造成位移或是條紋顯著性不夠，同時也會對於光程差的結果造成影響。大多的雜訊可以利用直方圖修正法 (histogram modification)、低頻空間濾波法 (low-pass spatial filtering) 和中值濾波法 (median filtering)<sup>(1, 2)</sup> 在影像前處理去除，使得條紋的顯著性提升，利於極值的判斷。當條紋的顯著性是可用肉眼判別時，這些去雜訊的方法是足以勝任的。

當我們在檢測無鍍膜的光學鏡片或平面鏡片時，光學鏡片的非檢測面會有較強的反射光進入干涉儀系統，使得檢測面所產生的反射光會與非檢測面的反射光干涉產生干涉條紋，同時疊加在另外一組干涉條紋上，這樣的干涉圖形將難以用上述的去雜訊方法將主要的干涉條紋濾出。雖然許多高頻雜訊 (如光斑、熱雜訊和高斯雜訊) 可以利用低頻傅立葉濾波器 (low-pass Fourier filter method) 或是其他的濾波方法濾除乾淨<sup>(3)</sup>，但是相對地，許多干涉圖形內的細節也會被一併移除<sup>(4)</sup>。且有兩項限制存在於傅立葉轉換方法中：(1) 需為線性系統；(2) 週期性或是穩定的訊號<sup>(5)</sup>。在光學檢測中，干涉條紋出現的形式多為非穩態訊號，因此在條紋分析中，傅立葉轉換方法常被小波轉換 (wavelet transform) 或是短時傅立葉轉換 (short-time Fourier transform) 所取代。當干涉條紋的背景雜訊與干涉條紋間的頻

率是可分辨的，傅立葉轉換及其他的濾波方法時常被使用來消除這些雜訊。而當背景雜訊與干涉條紋的頻率互相接近時，則很難利用這些方法來消除雜訊。

近年來，整體經驗模態分解法 (ensemble empirical mode decomposition method, EEMD method) 由吳肇華博士和黃鄂院士提出，用來分析非穩態及非線性的訊號，並且應用在許多領域，如：影像處理、雜訊消除、海洋科學和量測學等。此方法不但被使用在自然訊號 (非穩態及非線性的訊號) 分析有很好的效果，而且也被用來降低光斑雜訊<sup>(6)</sup>。整體經驗模態分解法就像是具有多種濾波器，可以將訊號分解成許多本質模態函數 (intrinsic mode functions)，而分解出的本質模態函數則是按照頻率的高低依序。這樣的分解模式如同小波轉換一樣，但分解出的本質模態函數解析度則可與原訊號相同，並不會受到取樣減少的影響，且不需要母波來分解。

在這篇文章中，我們利用整體經驗模態分解法透過靜態條紋分析，從具有混合條紋的干涉圖中擷取出主要的干涉條紋。主要的干涉條紋、雜訊及其他條紋將被分解到不同頻率的<sup>(7)</sup>本質模態函數，然後移除特定的本質模態函數，使得原本的混合干涉條紋樣貌會接近主要的干涉條紋。最後，經過去雜訊的混合條紋，將可在靜態條紋分析中重建其光程差，並與其他方法比較。

## 二、整體經驗模態分解法、濾波法及快速傅立葉之低頻濾波法

整體經驗模態分解法是從經驗模態分解法 (empirical mode decomposition method, EMD method) 改進而來的，兩者不同的地方是在於整體經驗模態分解法將白雜訊 (white noise) 適當地加入本質模態函數的篩選過程<sup>(7)</sup>。由於白雜訊的加入，整體經驗模態分解法可以降低經驗模態分解法的邊界效應 (end effect) 以及模態混合效應 (mode mixing)。因此，整體經驗模態分解法被用來消除混合條紋的效果比用經驗模態分解法還要好。

整體經驗模態分解法與傅立葉轉換及小波轉換等數值分解法有明顯的不同，主要在於整體經驗模

態分解法沒有一個基本函數 (如：餘弦函數) 來分解原始訊號得到本質模態函數。因此，經由整體經驗模態分解法分解後的訊號，可以直接相加，還原成原始訊號。而整體經驗模態分解法取得本質模態函數過程，是透過許多假設和限制的篩選過程來實現。篩選過程的流程如下：

1. 添加隨機的白雜訊串列到原始訊號內。
2. 尋找出訊號中的區域極值 (極大值與極小值)。
3. 利用 spline 曲線來匹配，並各別穿越過每個極大值與極小值，然後得出極大值與極小值所構成的曲線。
4. 接著，中值曲線即可被極大值與極小值所構成的曲線平均所決定
5. 將訊號減去中值曲線後，取其餘值。
6. 將步驟 1 的訊號替換成步驟 5 得到餘值後，再添加隨機的白雜訊串列，重複步驟 1 至 5 十次後，最後的餘值為本質模態函數。
7. 在下一個本質模態函數篩選開始前，原始訊號減去本質模態函數的餘值，當作下一次本質模態函數篩選開始的原始訊號。
8. 為了降低因添加白雜訊所帶來的影響，本質模態函數的篩選過程需重複十次以上，並將每次取得的本質模態函數平均後，得到最後的本質模態函數。

在本質模態函數篩選過程中，整體經驗模態分解法的有限篩選迴圈取代了經驗模態分解法的篩選停止條件<sup>(7)</sup>。而一維的訊號拆解可表示為

$$S(x) = r(x) + \sum_{i=1}^n c_i(x) \quad (1)$$

其中  $S(x)$  為原始訊號、 $r(x)$  為餘數，以及  $c_i(x)$  為本質模態函數。

若是將此一維分解應用在二維影像上，則二維影像的拆解可表示為

$$\text{IMG}(x, y) = \sum_{i=1}^n \left( \sum_{j=1}^y I_i(x, j) \right) \quad (2)$$

其中  $I_i(x, j)$  為  $x$  方向上的本質模態函數、 $\text{IMG}(x, y)$  為二維影像訊號。

一維拆解可選擇從二維影像的行或是列的方向進行拆解，或是沿著特定的角度來拆解。拆解過程中，將同個次序的一維的本質模態函數收集，並合成為本質模態函數影像。在一般情況下，將特定的本質模態函數移除後，可降低干涉圖內的雜訊影響，但相對地，更多細節也被一併移除。雖然許多高頻雜訊幾乎存在於第一個拆解出的本質模態函數<sup>(4)</sup>，卻因為模態混合的關係，造成部分的高頻雜訊會存在於其他拆解出的本質模態函數<sup>(6, 8)</sup>。然而，標準差<sup>(9)</sup>和  $Q$  參數<sup>(4)</sup>的評價方法可以用來判斷去雜訊後的干涉圖形與原始的主要干涉條紋間的相似程度。但光學檢測對於精確度非常注重，我們不適合使用兩者圖形相似程度來斷定去雜訊的影像品質，所以利用 Zernike 像差係數來判定去雜訊後的影像品質，藉此評價影像處理方法的優劣。

濾波法，藉由  $3 \times 3$ 、 $5 \times 5$  或  $7 \times 7$  的矩陣在具有雜訊的干涉圖上多次捲積 (convolution) 運算後，可將與主要干涉條紋不同頻率的雜訊濾除，而頻率的選擇則是透過矩陣大小來決定。快速傅立葉之低頻濾波法，透過快速傅立葉轉換將干涉圖轉換至傅立葉空間，利用圓形遮罩圈選出保留的區域後，再將保留的區域還原到影像空間。

具有雜訊的干涉圖，可藉由影像處理中的濾波法 (filtering)、快速傅立葉之低頻濾波法 (low-pass filter with fast Fourier transform) 或整體經驗模態分解法來降低混合條紋的影響，並使得主要的干涉條紋可輕易地從具有雜訊的干涉圖中獲得。接著，檢測面的光程差可透過條紋追跡法，將主要條紋描繪出並重建，且重建後的光程差可用 Zernike 像差係數展開，並將得到的 Zernike 像差係數與相移式的量測結果比較。

### 三、模擬結果與分析

在光學檢測中，因為光學元件的非檢測面造成的反射光會進入系統或是環境雜訊造成，使得干涉儀取得的干涉圖形常會有串擾 (crosstalk) 及雜訊存在，尤其是在檢測薄鏡片、平面鏡片或是無鍍膜的光學元件時。在光學檢測過程中，得到的干涉圖通常會有三組干涉圖形混合在其中。第一組干涉圖形

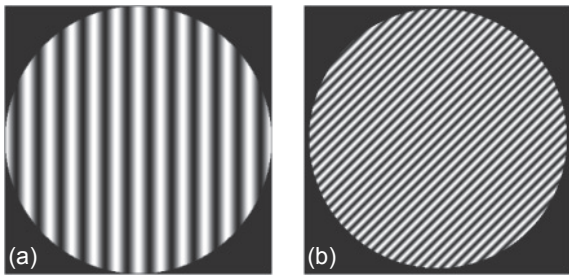


圖 1. (a) 主要干涉條紋，(b) 雜訊干涉條紋。

是從光學元件的檢測面與干涉儀的參考鏡片干涉所產生的；第二組干涉圖形是從光學元件的非檢測面與干涉儀的參考鏡片干涉所產生的；最後一組干涉圖形是從光學元件的檢測面與光學元件的非檢測面干涉所產生的。所有的干涉圖形會混合，並疊加變成一張帶有混合條紋的干涉圖形，如式 (3) 所示：

$$I = E_1^2 + E_2^2 + E_3^2 + 2E_1E_2 \cos \alpha_1 + 2E_2E_3 \cos \alpha_2 + 2E_1E_3 \cos \alpha_3 \quad (3)$$

其中， $I$  為混合條紋干涉圖形的強度； $E_1$ 、 $E_2$  和  $E_3$  分別為干涉儀的參考鏡片、光學元件檢測面和光學元件非檢測面的反射光電場強度； $\alpha_1$ 、 $\alpha_2$  和  $\alpha_3$  分別為第一組、第二組、第三組干涉條紋的相位差。

一般來說，由於第二組干涉圖形強度比其餘兩組干涉圖形弱，因此常見的混合干涉圖形由第一組與第三組干涉圖所構成。由於干涉圖形可以由許多不同像差所構成，為了簡化問題，假設主要干涉條紋與雜訊條紋為傾斜像差 (tilt aberration)，如圖 1 所示，而主要干涉條紋與雜訊條紋混合後的干涉圖形如圖 2 所示。

因為將一維的整體經驗模態分解法應用在二維影像上，所以拆解的方向選擇將會影響到結果，因此讓拆解的方向沿著主要條紋的方向依序拆解，目的是消除主要條紋中的混合條紋訊號。拆解後的本質模態函數也依序重建回本質模態函數影像，如圖 3(a) 至 3(f) 所示，而圖 3(g) 至 3(l) 則為混合條紋的干涉圖 (圖 2) 分別減去圖 3(a) 至 3(f) 的本質模態函數影像所得到的餘值。圖 3(f) 是最後一個拆解得到的本質模態函數影像，也是影像內低頻的部分。可以看到圖 3(f) 內條紋形狀與主要干涉條紋相似

(圖 1(a))，這表示透過整體經驗模態分解法後，主要條紋將可輕易地從混合條紋中擷取出來。許多在圖 3 的本質模態函數影像具有邊界效應<sup>(3, 6)</sup>，然而這些影像的邊界也因為這個影響，使得原本黑的區域有部分像素提升了其亮度值。由於圖 3(f) 的干涉儀有效圓形區域已無法用肉眼分辨出，因此利用圖 3(h) 來還原主要干涉條紋的光程差。利用一個圓形遮罩圈出有效區域後，接著使用軟體 IntelliWave 內的濾波式的條紋追跡法來描繪出主要的干涉條紋位置。

最後，可重建去雜訊後主要條紋的光程差，並且把圖 2 追跡獲得的光程差視為理想樣本與之比較，重建的光程差如圖 4 所示。我們將兩個光程差相減後，可以得到兩個光程差的差異之處，如圖 5 所示。而有效區域內的方均根值 (root mean square) 為 0.081 個波長，這表示去雜訊後的主要條紋中所帶有的檢測面資訊與原始主要條紋的非常接近，也驗證整體經驗模態分解法的確適合用在處理光學檢測中的混合條紋情況。

#### 四、實驗結果與分析

在實驗中，使用菲佐干涉儀 AK-100 來進行平面鏡片的光學檢測，並搭配相移技術使用，如圖 6 所示。菲佐干涉儀所使用的參考鏡片之表面精度的峰谷值 (peak to valley) 為 0.05 個波長，所得到的干涉圖形如圖 7 所示。在未消除任何混合條紋雜訊情況下，所得到的干涉圖包含了其他檢測面的干涉條紋。由於平面鏡片的非檢測面與檢測面產生的干涉條紋會影響到檢測面的干涉圖，若不使用任何雜訊消除的方法，光程差由相移式技術重建後得到的結

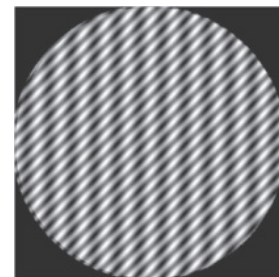


圖 2. 混合後雜訊干涉圖。

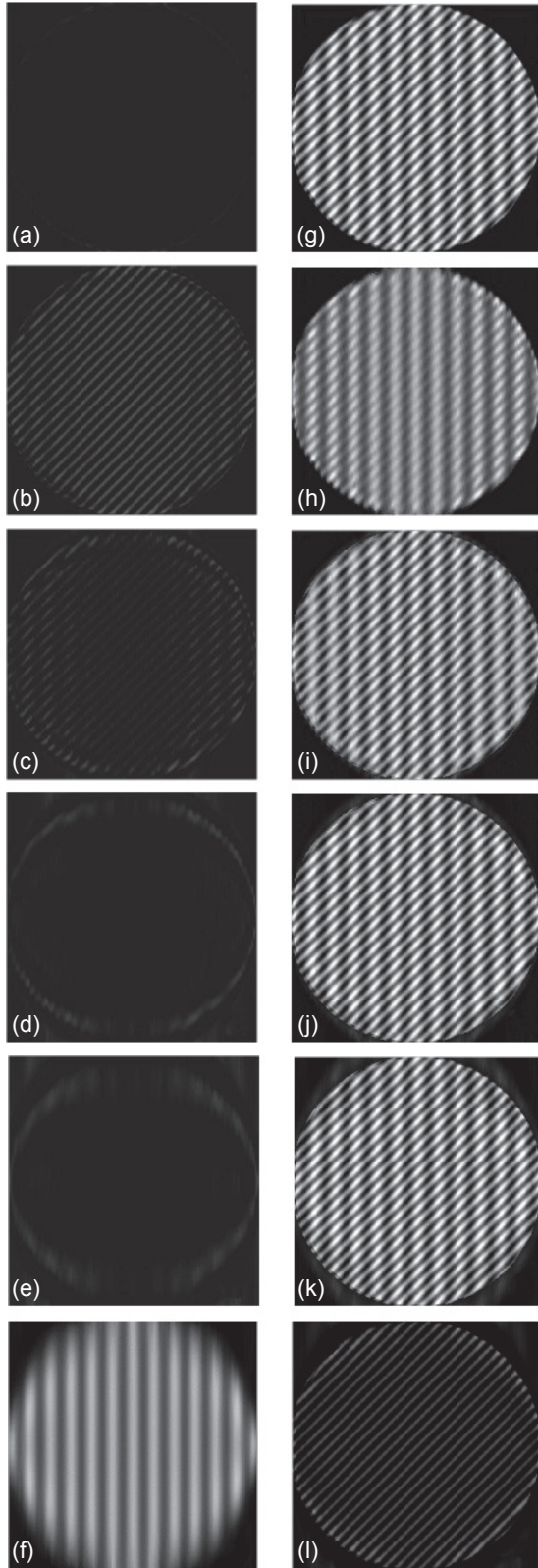


圖 3. (a)–(f) 為本質模態函數影像，(g)–(l) 為混合後雜訊干涉圖分別減去圖 (a)–(f) 的本質模態函數影像所得到的餘值。

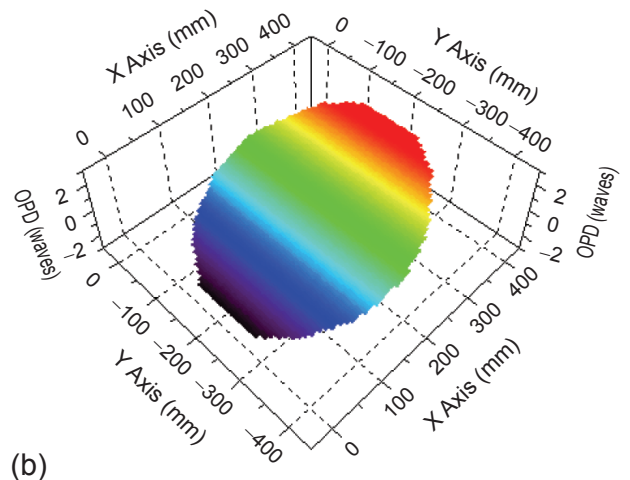
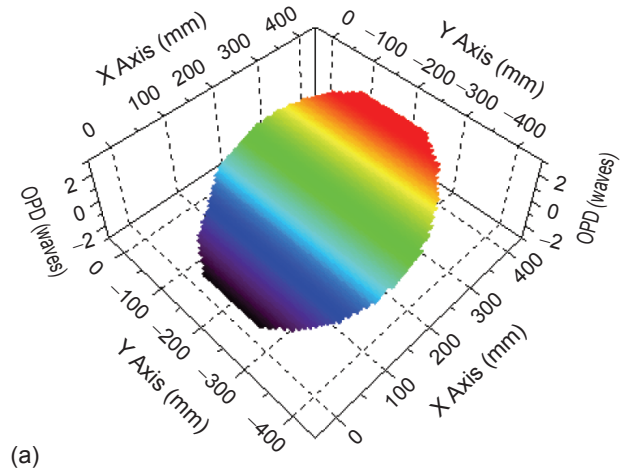


圖 4. (a) 由圖 1 (a) 重建的光程差，(b) 由圖 3 (h) 重建的光程差。

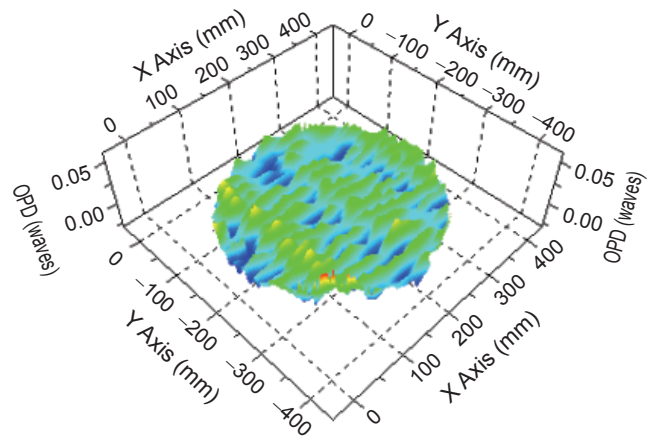


圖 5. 圖 4(a) 與圖 4(b) 相減後的光程差差異。

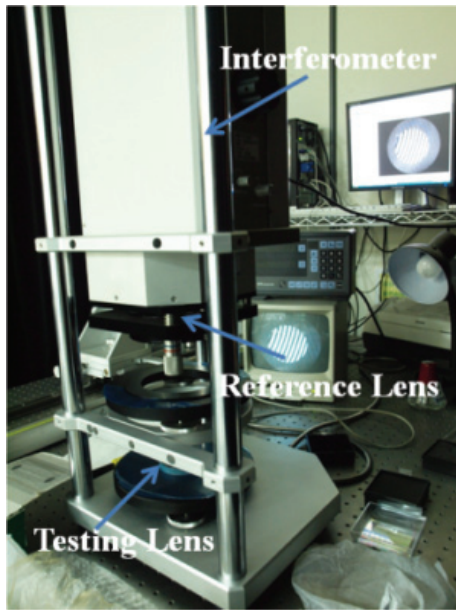


圖 6. 利用菲佐干涉儀量測平面透鏡之實驗架構圖。

果如圖 8 所示。可以看到光程差被雜訊影響，而產生了瀑布狀的干涉圖，也影響到光程差數值的判讀及像差的計算。因此，可以在非檢測面上塗上吸光塗料來消除從非檢測面反射的反射光，使檢測面與非檢測面間產生的干涉條紋強度降低，而得到的光程差就不會受到雜訊的影響，而有瀑布狀的情況產生。但也因為在非檢測面上塗上吸收塗料，在剝落時可能會導致非檢測面表面刮傷，而使這個光學鏡片將無法被鍍膜後使用。因此，分別使用濾波法、快速傅立葉之低頻濾波法與整體經驗模態分解法來消除混合條紋，並用靜態條紋分析法重建其光程



圖 7. 量測平面透鏡所得到帶有混合條紋的干涉圖。

差，而得到的光程差結果分別表示在圖 9 至 11。由於傾斜像差被視為人為誤差，因此移除圖 9 至 11 中的  $x$  與  $y$  方向的傾斜像差分量。而相移式的結果則透過非檢測面上塗上吸收塗料後取得，並將相移誤差控制在 1 度內，最後，以 Zernike 像差係數展開得到的光程差結果如圖 12 所示。

因為部分的像差資訊在去雜訊過程中被消除，加上像差正負號無法從單一張干涉圖取得，因此濾波法、快速傅立葉與整體經驗模態分解法這三種方法所得到的結果與相移式 (phase shifting) 的結果大不相同。再加上相移式技術每次移動的相位並不是固定的常數，而得到的像差值也會有些許的誤差，因此我們將靜態分析與相移式的數據分開討論。

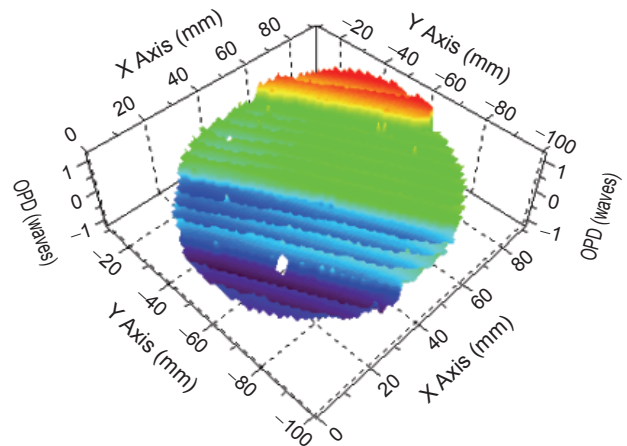


圖 8. 無消除任何雜訊下重建的光程差。

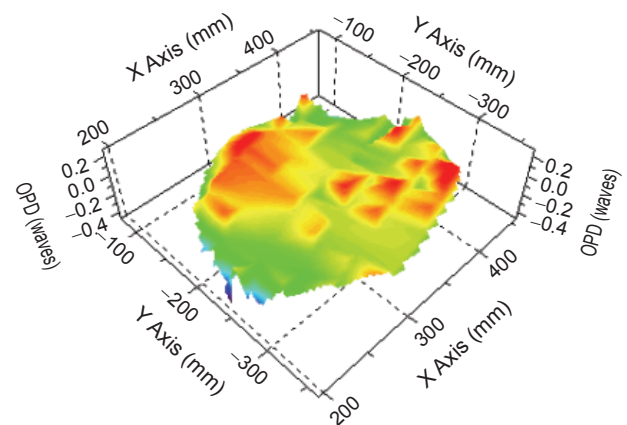


圖 9. 透過濾波法消除混合條紋雜訊後重建的光程差。

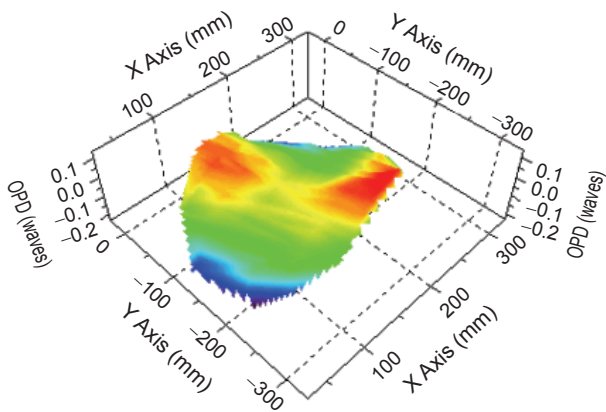


圖 10. 透過快速傅立葉之低頻濾波法消除混合條紋雜訊後重建的光程差。

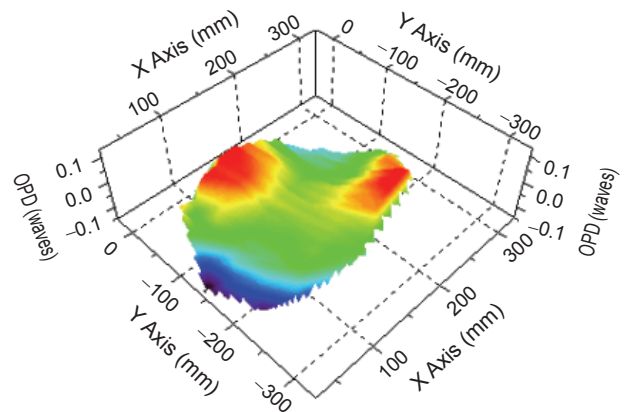


圖 11. 透過整體經驗模態分解法消除混合條紋雜訊後重建的光程差。

在球面像差 (spherical aberration) 中，球面像差帶有的高頻條紋經過快速傅立葉之低通濾波法處理後，得到的均方根值趨近於零，但其餘三種方法皆在 0.02 個波長以上 (不考慮正負號)。而在像散像差 (astigmatism aberration) 方面，相移式得到的結果則與靜態分析的結果有極大落差。主要在於相移式技術使用時，有效區域的干涉條紋需越少越好 (約一到兩條)，且無混合條紋的影響。而靜態分析所使用的干涉圖形，則因為混合條紋的影響，造成主要條紋在邊界更加彎曲，所以像散像差在靜態條紋分析的結果因此而增加。在彗差像差 (coma aberration) 中，由於整體經驗模態分解法是一維分

解，因此若有條紋混合在彎曲的主要條紋中，整體經驗模態分解法將不易拆解出。因此整體經驗模態分解法在彗差像差的解析上較濾波法及快速傅立葉之低通濾波法來得差。無論如何，混合條紋經過整體經驗模態分解法去雜訊後，能保留較多的高頻訊號。

## 五、結論與討論

在靜態條紋分析方面，一維的整體經驗模態分解法適合用來消除具有混合條紋影響的干涉圖。透過模擬過程，將兩個傾斜像差的條紋混合成一張帶

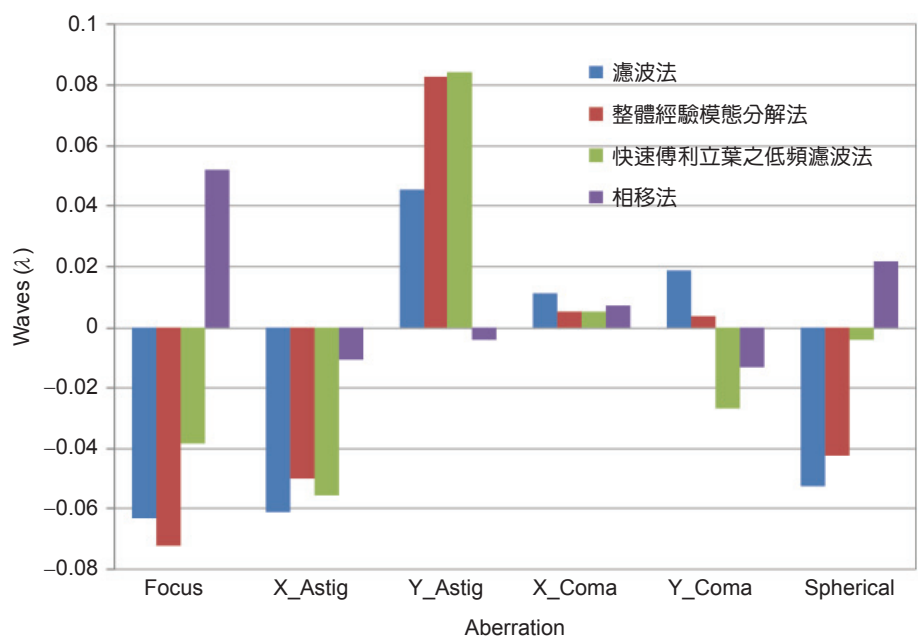


圖 12. 各種去雜訊方法所獲得的 Zernike 像差係數總結。

有混合條紋的干涉圖，在透過整體經驗模態分解法拆解出其本質模態函數。如由圖 3(b) 與 3(c) 可以發現，雜訊干涉條紋可輕易地被分解出來並移除，再透過去雜訊後的干涉圖重建其光程差。而其結果與主要條紋重建的光程差做比較，兩光程差的均方根值相差 0.081 個波長。當干涉儀的參考鏡片是使用精度為 0.05 個波長來進行光學檢測時，整體經驗模態分解法在消除混合條紋後產生的錯誤並不會明顯影響結果。在實驗中，當菲佐干涉儀以相移式技術檢測平面鏡片且無塗佈任何塗料在非檢測面時，透過一些去雜訊方法及靜態條紋分析來降低混合條紋的影響。而實驗結果顯示，整體經驗模態分解法在處理直線條紋時能有較佳的分解能力，但對於較彎曲條紋則不易將雜訊與原始訊號分離。在未來整體經驗模態分解法可以透過改善篩選過程，透過完整的數學模型，使得二維分解能夠快速且有效地將雜訊與訊號分離。

## 誌謝

本論文由國立交通大學「教育部邁向頂尖大學計畫—生醫電子轉譯研究中心 (BET-RC)」計畫、教育部、行政院國家科學委員會、新朔光電科技股份有限公司與台達電子工業股份有限公司贊助。本文作者感謝上述團體提供相關資訊與協助。

## 參考文獻

1. C. Roddier and F. Roddier, *Applied Optics*, **26**, 1668 (1987).
2. Y. Morimoto and M. Fujisawa, *Optical Engineering*, **33**, 3709 (1994).
3. G. H. Kaufmann, A. Davila, and D. Kerr, *Proceedings of SPIE*, Guanajuato, Mex, 96 (1996).
4. M. B. Bernini, A. Federico, and G. H. Kaufmann, *Applied Optics*, **47**, 2592 (2008).
5. N. E. Huang, Z. Shen, S. R. Long, M. L. C. Wu, H. H. Shih, Q. N. Zheng, N. C. Yen, C. C. Tung, and H. H. Liu, *Proceedings of the Royal Society of London Series a-Mathematical Physical and Engineering Sciences*, **454**, 903 (1998).
6. X. Zhou, H. Zhao, and T. Jiang, *Optics Letters*, **34**, 2033 (2009).
7. W. Zhaohua and N. E. Huang, *Advances in Adaptive Data Analysis, Theory and Applications*, **1**, 1 (2009).
8. P. Flandrin, G. Rilling, and P. Goncalves, *IEEE Signal Processing Letters*, **11**, 112 (2004).
9. W. H. Su, C. K. Lee, and C. W. Lee, *Optics and Lasers in Engineering*, **48**, 212 (2010).



陳昱達先生為國立中央大學光電科學與工程學研究所博士班學生。

Yu-Ta Chen is currently a Ph.D. student in the Department of Optics and Photonics at National Central University.



歐陽盟先生為國立交通大學光電工程博士，現任國立交通大學電機工程學系副教授。

Mang Ou-Yang received his Ph.D. in EO engineering from National Chiao Tung University. He is currently an associate professor in the Department of Electrical and Computer Engineering at National Chiao Tung University.



吳順德先生為國立交通大學電機與控制工程博士，現任國立台灣師範大學機電科技學系助理教授。

Shuen-De Wu received his Ph.D. in electrical and control engineering from National Chiao Tung University. He is currently an assistant professor in the Department of Mechatronic Technology at National Taiwan Normal University.



林修國先生為中央大學大氣物理博士，現任國立台灣海洋大學通訊與導航工程學系助理教授。

Shiou-Gwo Lin received his Ph.D. in atmospheric sciences from National Central University. He is currently an assistant professor in the Department of Communications, Navigation and Control Engineering at National Taiwan Ocean University.



李正中先生為美國亞利桑那大學光學博士，現任國立中央大學光電科學與工程學系教授。

Cheng-Chung Lee received his Ph.D. in optical sciences from the University of Arizona, Tucson, USA. He is currently a professor in the Department of Optics and Photonics at National Central University.



李幸聰先生為國立交通大學電控工程研究所碩士班學生。

Sing-Tsung Lee is currently a M.S. student in the Institute of Electrical and Control Engineering at National Chiao

Tung University.



邱俊誠先生為科羅拉多大學航空太空學博士，現任國立交通大學電機工程學系教授。

Jin-Chern Chiou received his Ph.D. in aerospace engineering sciences from the University of Colorado Boulder. He is currently a professor in the Department of Electrical and Computer Engineering at National Chiao Tung University.