

# 震動調變之子孔徑接合干涉術

## Vibration Modulated Subaperture Stitching Interferometry

林柏至、張鴻聖、陳怡君、梁肇文

Po-Chih Lin, Hung-Sheng Chang, Yi-Chun Chen, Chao-Wen Liang

本研究團隊開發出一套現代子孔徑接合量測技術，主要利用電動平台上的機械震動來達到量測表面之形變量之目的。當干涉儀連續擷取干涉條紋時，待測光學元件會對著本身的對稱軸旋轉。此設計利用同步旋轉掃描系統以及非均勻相移演算法，同時增進量測系統的擷取速度與量測能力以及子孔徑位置的準確性。經實際測試之後，其重疊部分之方均根誤差值只有 0.0037 個波長 (wave)，此結果顯示出此量測技術之可行性。

A novel subaperture stitching interferometric method is developed to test the surface deformation of the lens by utilizing the mechanical vibrations from a motorized stage. The tested optics is rotated against its symmetrical axis during the interferogram acquisition. The measurement throughput and the subaperture positioning accuracy are improved simultaneously by adopting both the synchronous rotational scanning mechanism and the non-uniform phase shifting algorithm. The experimental measurement shows the stitched phase RMS error of 0.0037 waves proving the feasibility of the proposed method.

### 一、前言

由於現代光電科技的發展，對於有著高精準性的非球面鏡之應用需求，有快速成長的趨勢。在非球面之光學元件製造上，檢測系統的好與壞直接影響到非球面元件的品質。欲製造出體積小且高品質的非球面鏡，除了要有良好的製作技術之外，因非球面光學元件難以檢測，也造成了製造成本相對增加。因此低成本高效率的檢測技術成為目前小體積之非球面光學元件製作上，最渴望的一項突破。

在現有的非球面檢測方法中，比較受歡迎的是像差消除校正器 (null corrector)<sup>(1)</sup> 以及電腦全像

片 (computer generated hologram, CGH)<sup>(2,3)</sup>，這兩種方法主要的概念即是產生出與待測之非球面鏡有著高相似度的參考波前，用以降低 (null out) 在干涉儀上量測時的條紋密度。但是，大部分要設計與製造出這類型的專用型光學輔助元件 (dedicated auxiliary optics) 造價相當的昂貴也相對耗時，更別說是驗證其準確性。為了滿足現今快速變動的工業應用需求，以及上述方法之缺點，必須發展出一套速度快且可以靈活運用的量測方法。符合這些條件的方法當中，子孔徑光學檢測干涉術 (subaperture interferometric optical testing method)<sup>(4)</sup> 已經被廣泛的使用在許多光學工廠上。這項技術最早使用在量

測大型的光學平板<sup>(5)</sup>，之後應用於量測非球面光學元件。在最近的相關研究中，擁有高精密度之六軸自動控制平台，提供六個自由維度，用以量測自由曲面之檢測設備已經被開發出來<sup>(6, 7)</sup>。另外還有利用對稱型之縱向掃描干涉儀，用以量測軸對稱之光學元件<sup>(8, 9)</sup>。在本研究中，我們使用自行開發出來的泛用型非球面子孔徑干涉儀，內含四軸控制平台，利用旋轉掃描的機制搭配軸對稱光學元件之特性，用以量測軸對稱之球面與非球面的光學元件。

子孔徑干涉術 (subaperture interferometry) 經由獲取部分待測面鏡上的相位資訊，來接合 (stitching) 出完整的待測面鏡的相位分布。依據現有的文獻上所知，現今的子孔徑量測技術，皆需要針對每個子孔徑做定位，並經由相移干涉術 (phase shift interferometry) 取得子孔徑之干涉條紋之後再進一步取得其相位資訊。其中不僅相移干涉術需要大量的計算時間，而且在過程中，為了消除平台的振動干擾，每一個子孔徑皆需要完全靜止下才能擷取干涉條紋，此過程又需要耗費更長的等待時間。如此一來，當遇到子孔徑數量或者非球面度 (asphere departure) 增加時，其量測的時間也會增加。再者，子孔徑的位置又會因為量測平台的不斷地啟動與停止，所累積的機械誤差，加劇了位置的不準確性。因此，我們提出一項創新的擷取相位之方法，大大增加了系統的量測能力。利用隨機產生相移量的方式，當透鏡夾持在旋轉平台上，旋轉掃描的同時，讓機械的震動自動產生出隨機的相移

量，完全不需要讓控制平台穩定下來，即可達成相移干涉術的目的，而且不需要增加額外的硬體設備即可完成。

## 二、震動調變之子孔徑接合干涉術

### 1. 旋轉式量測系統與其幾何像差消除 (Geometrical Null)

所謂的子孔徑干涉術即是將照射在待測面鏡上的雷射束 (laser beam) 逆向反射 (retro-reflect) 回干涉儀中，並且產生干涉條紋，反射回去之波前可以由幾何移動的方式，移動待測面鏡或者是干涉儀之參考面鏡，用以修正兩者之間的光程差，降低干涉條紋之密度。在我們開發的子孔徑干涉儀中，包含多軸自動控制平台，其目的即是為了獨立移動待測面鏡。此設備內含高精度之兩軸共平面平台以及兩軸旋轉平台，綜合所有軸向之功能，即能夠建立起完整的三維座標系統用以進行光學像差消除 (optical null)。本實驗使用之四軸平台量測系統如圖 1(a) 所示，在已知的待測面鏡參數以及搭配現有的規格標準鏡的基礎下，即可以預估光學像差消除之路徑，提供四軸平台之移動方向。

如圖 1(b) 顯示出當量測開始時，待測面之對稱軸必須與旋轉軸重合，利用光學像差消除的方式，使得待測面上的子孔徑曲率與雷射束之波前曲率相互匹配。經過上述適當的光學像差消除 (null) 以及機械校準 (align) 下，利用軸對稱型之非球面

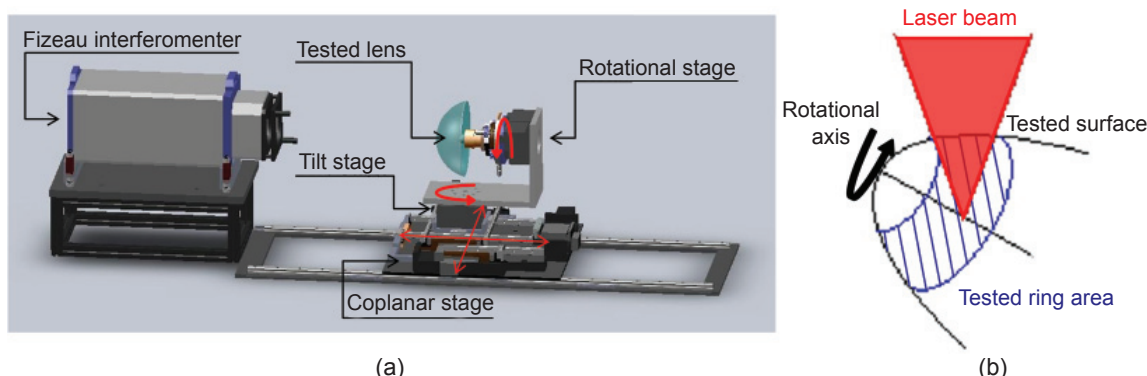


圖 1. (a) 本研究所使用之子孔徑干涉儀架構，圖中標記三個光學像差消除軸 (tilt stage and coplanar stage) 以及一個量測用旋轉軸 (rotational axis)。(b) 在掃描的過程中，子孔徑在相同的環狀半徑下擷取，此時將會形成一環形區域。

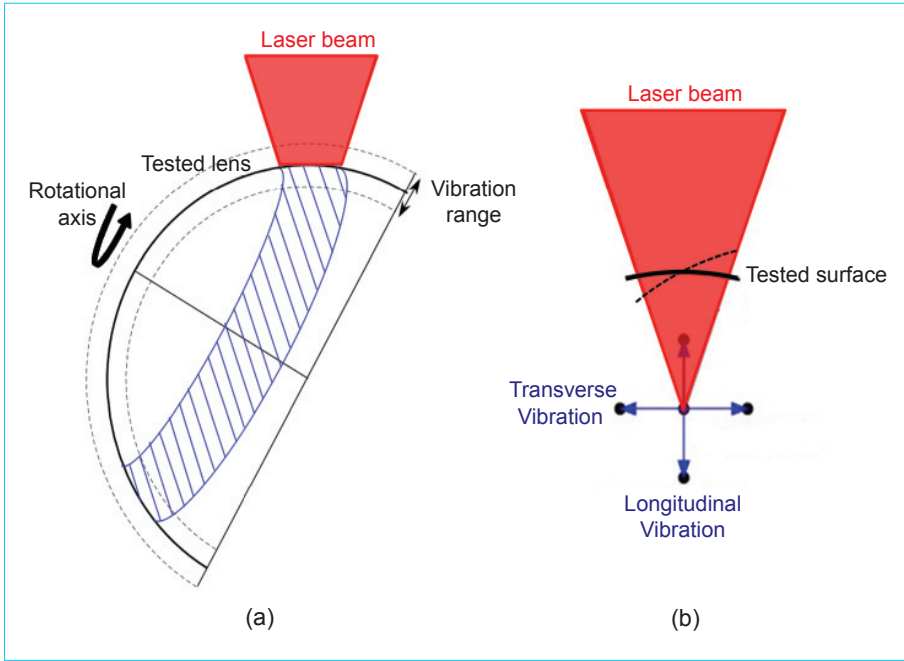


圖 2.

(a) 旋轉平台對待測面鏡所產生的震動範圍。(b) 將隨機的震動方向分解成縱向 (longitudinal) 以及垂直面 (transverse) 兩個方向，這兩個方向分別產生隨機地縱向相移 (piston shift) 以及傾斜相移 (tilts)。

的特性，可以將子孔徑維持在同一環形半徑下，掃描出一環型區域，然後以同一概念，控制高精密度四軸平台量測不同的環形區域，以完整的重建出待測面鏡之輪廓誤差 (surface profile error)。在接下來的章節，將會詳細說明如何將所有不同環形區域之子孔徑相位，重新接合形成整體的量測結果。

## 2. 動態擷取干涉條紋

在我們開發的量測系統架構下，待測面鏡被固定在旋轉平台的鏡面夾持器上，在量測過程中，持續旋轉的非球面鏡，不可避免地被旋轉馬達所產生的振動所干擾，振動對待測面鏡的影響，如圖 2(a) 所示，可以將此振動狀態，考慮成待測子孔徑之曲率中心與雷射聚焦點的相對移動量。因此，在相移量測的理論下，沿著雷射光軸方向 (longitudinal) 的振動會產生隨機的縱向相移誤差 (piston shifts error)，而垂直於雷射光軸之平面方向 (transverse) 的振動會產生兩個維度的傾斜相移誤差 (tilting phase error)。而其他軸向將不會對相移量有所影響，因此可以被忽略。所以其結果顯示，可以將振動考慮為對相移平面產生出的隨機縱向誤差及傾斜誤差。

有相關的動態量測方法，一樣可以解決這樣的振動干擾<sup>(10)</sup>，然而，取而代之的是，我們提出一

套非均勻相移演算法以解決相同的問題。此演算法最原始時是用來校正干涉儀之標準鏡上的壓電制動器 (piezo actuator)<sup>(11)</sup>，此壓電材料可用控制輸入電壓改變其體積的方式，進而達到相移的效果。非均勻相移演算法可以針對同一個位置上的子孔徑所擷取到的干涉條紋，解其非線性相移方程式

$$I_i(x, y) = I^{dc}(x, y) + I^{ac}(x, y) \cos[\phi(x, y) + p_i + xT_i^x + yT_i^y] \text{ for } i = 1, 2, \dots, M \quad (1)$$

其中，方程式中  $i$  表示第  $i$  張隨機相移干涉條紋、 $I^{dc}(x, y)$  為背景光強值、 $I^{ac}(x, y)$  為調變光強值、 $\phi(x, y)$  是相位差分布圖、 $p_i$ 、 $xT_i^x$ 、 $yT_i^y$  是每張干涉條紋上因震動所產生的隨機縱向與兩個傾斜方向的相移誤差量，而  $M$  則是總共干涉條紋圖的數量，它的最小值為 3。

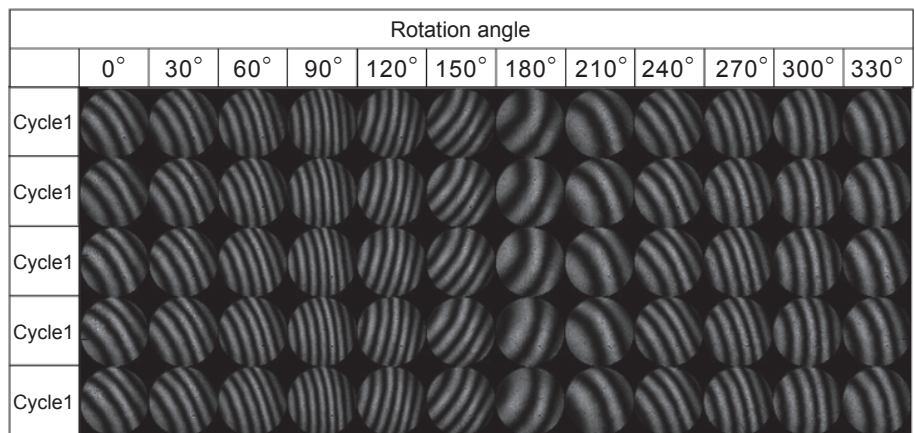
因此，這個演算法天生就可以對壓電制動器所產生的縱向與傾斜方向之誤差量有著較低的敏感度，不容易受到相移誤差的影響，所以非常適合應用於處理因旋轉平台所產生的振動之相移誤差。就結果而言，我們巧妙的應用滾珠軸承式旋轉平台所帶來的機械震動來產生出隨機的相移，取代較高品質的空氣軸承式旋轉平台。由於量測過程中，不需要製造出良好的相移量，所以在本研究所提出的干

涉儀量測系統之標準鏡上，也不需要加裝任何相移模組。

除了非均勻相移演算法之應用外，一套全新的同步旋轉式子孔徑相位擷取方法也被開發出來，用以提高系統量測能力。此相位擷取法可同時獲取干涉相位以及子孔徑的方位角，當對著待測面鏡之對稱軸旋轉的同時，CCD 可以擷取到同一個旋轉角位置上多張干涉條紋，而張數的選定則可以完全由旋轉的圈數而定。在幾秒鐘之內，利用 CCD 與旋轉平台同步擷取與移動的方式，即可以完整的連續擷取不同方位角 (azimuthal angle) 上的子孔徑干涉條紋。而且，由於旋轉平台等速旋轉的緣故，量測的旋轉角可以利用旋轉平台上的編碼器 (encoder) 精準地被讀取出來，有效的消除機械上因不斷地停止再前進的逆轉 (backlashing) 誤差。因旋轉角的位置可以被編碼器精準的定義出來，這樣一來可以減少接下來在子孔徑接合上的位置不準確性。在相同的旋轉角度上帶有隨機的相移量之干涉條紋有次序性的被記錄下來，就可以利用非均勻相移演算法將其相位所計算出來<sup>(11)</sup>。

圖 3 顯示球面鏡之實際量測結果，每個子孔徑間隔 30 度，總共有 60 張干涉條紋，分布於 12 個子孔徑位置上，所以每一個相同位置之子孔徑上會有 5 張隨機相移量之干涉條紋。由於光軸與旋轉軸有些許的錯位 (misalignment) 現象，我們可以看到傾斜條紋的方向，會根據不同的角度而有不等量的變化。

圖 3. 旋轉 5 圈所拍攝到之干涉條紋，每一圈截取 12 個不同方位角的子孔徑，總共 60 張干涉條紋。可以看出每一圈的條紋，因旋轉震動所引入的隨機相移量。



### 3. 子孔徑相位接合法

當每個子孔徑之干涉條紋經過非均勻相移演算法計算出來之後，接下來就要將所有子孔徑相位接合成為完整的透鏡表面相位。在相位接合的過程中，每個子孔徑都包含縱向 (piston)、傾斜 (tilt) 還有散焦 (defocus) 波前當作與相鄰的子孔徑接合的線性補償器 (linear compensator)，其目的為了將重疊部分的相位差，利用線性組合的方式，將其最小化<sup>(12, 13)</sup>。給定子孔徑數目  $N$ ，在最佳化過程中，目標函數  $S$  被定義為在重疊部分之平方誤差量之總和，其目標函數如下：

$$S = \sum_k \sum_{i \neq j}^N \left\{ \left[ \varphi_i(k) + \delta_i + \alpha_i x + \beta_i y + \kappa_i (x^2 + y^2) \right] - \left[ \varphi_j(k) + \delta_j + \alpha_j x + \beta_j y + \kappa_j (x^2 + y^2) \right] \right\}^2 \quad (2)$$

其中， $\varphi_i(k)$  為第  $i$  個子孔徑相位、 $\varphi_j(k)$  為第  $j$  個子孔徑相位、 $k$  指的是兩者之間重疊到的像素點，而  $\delta, \alpha, \beta, \kappa$  指的是四個線性補償器的係數。

在最佳化的過程之後，可以利用每個重疊部分資料點  $k$  的標準差，來當作品質因數 (figure of merit)，決定子孔徑接合的品質

$$\sigma(k) = \sqrt{\frac{1}{N(k)} \sum_{i=1}^{N(k)} [\hat{\varphi}_i(k) - \varphi_{\text{avg}}(k)]^2} \quad (3)$$

其中， $N(k)$  為在相同的像素點  $k$  下，子孔徑數目的

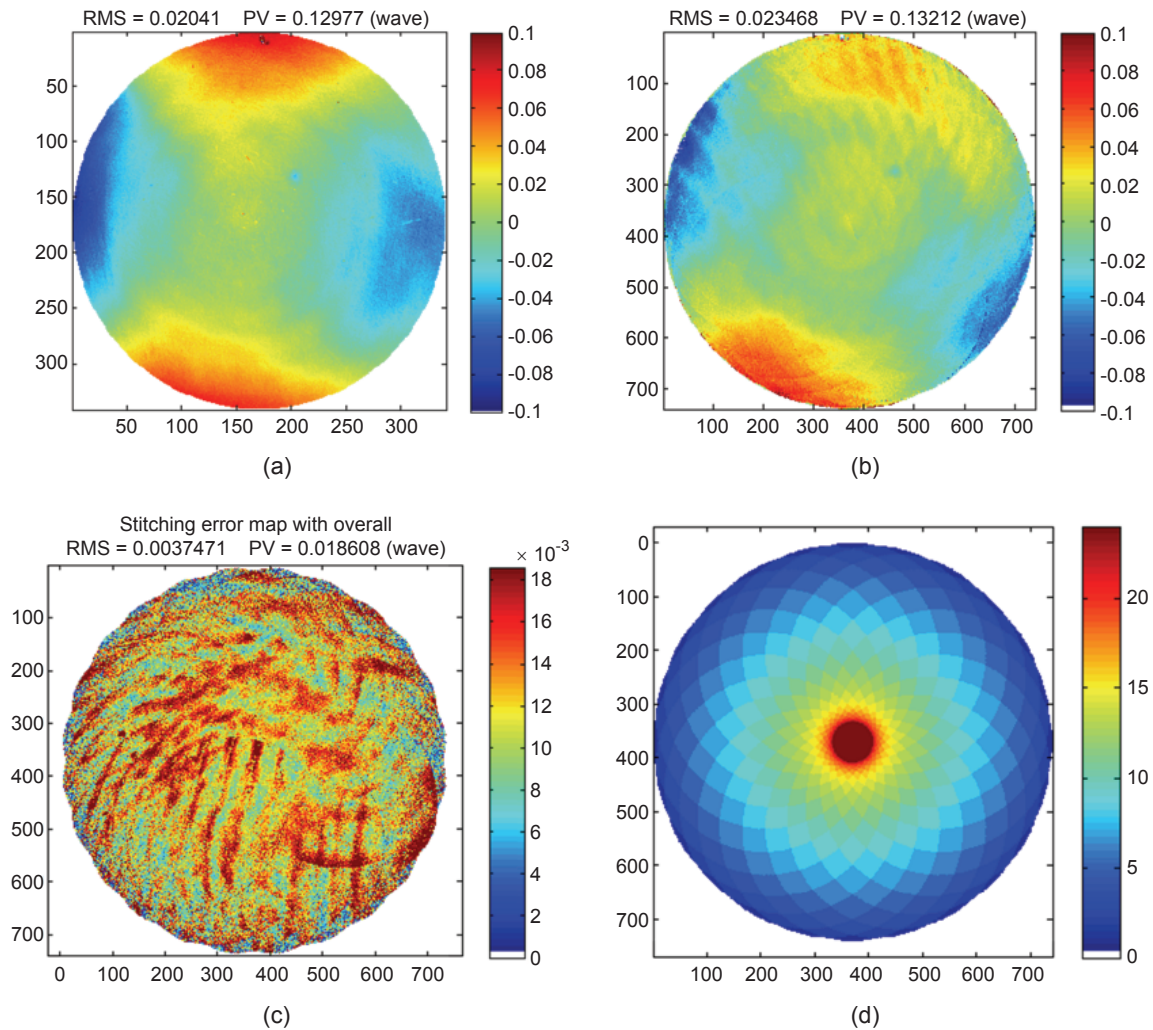


圖 4. (a) 全域球面鏡之相位分布圖，(b) 子孔徑接合之量測結果，(c) 接合誤差圖，(d) 重疊部分數量圖。

總合、 $\hat{\phi}_i(k)$  為第  $i$  個經過最佳化過程補償之後的相位，而  $\varphi_{\text{avg}}(k)$  為  $N(k)$  個補償後之子孔徑下，平均的接合相位，最後，標準差  $\sigma(k)$  即可以當作每個像素點的接合指標。

### 三、球面鏡量測之接合結果及比較

我們利用一塊高品質之球面鏡當作待測面鏡來驗證本研究的可行性，此球面鏡之曲率半徑為 89 毫米 (mm)。首先我們先利用 F/1.5 之標準鏡做了一次傳統的四步相移干涉術，當作量測時的對照組，因為 F/1.5 能夠一次量測到較大的面積，結果顯示此量測之表面偏離度 (surface departure) 之均

方根誤差值為 0.0204 個波長而峰對谷 (peak-valley) 誤差值為 0.1298 個波長，如圖 4(a) 顯示。接下來，我們換上 F/3.3 之標準鏡以量測較小的面積，當作實驗組，經過本研究所提出的震動調變之子孔徑接合干涉術後，所得到的結果如圖 4(b) 所示。實驗組與對照組之結果非常相近，兩組實驗數據皆有扣除標準鏡之相位後，其方均根誤差只有 0.003 個波長。本次實驗，我們使用 24 個子孔徑來重建出與 F/1.5 量測區域相同的表面相位，重疊部分之數量圖如圖 4(d) 所示。另外一提的是，每個位置上有五張干涉條紋，所以總共有 120 張干涉條紋，只需要花費 20 秒鐘的時間即可擷取完成。

根據方程式 (3) 所計算出的接合誤差圖

(stitching error map)，如圖 4(c) 所示，其接合誤差低於 4/1000 波長，顯示出本研究團隊所提出之相位擷取方法與接合演算法，所能夠達到的精度標準。

## 四、結論

本研究中，在子孔徑相位擷取上，利用旋轉平台所引入的振動干擾，當作相位調變器 (phase modulator) 來使用，並且使用一套非均勻相移演算法能夠將旋轉中的透鏡所擷取到的干涉條紋轉換成相位。因為，子孔徑干涉儀系統的量測能力和子孔徑位置準確性，皆有顯著性的提升。最佳的方式為完全不用增加任何的硬體設備。由結果可以顯示出本研究團隊所提出之相位擷取方法與接合演算法，有著高精準性的量測水準。

## 誌謝

感謝行政院國家科學委員會的支持，使得本計劃得以順利進行，特此致上感謝之意。計劃編號 NSC 100-2627-E-008-001。

## 參考文獻

1. D. Malacara, *Optical Shop Testing*, Wiley-Interscience, Hoboken, N.J. (2007).
2. J. S. Loomis, *Optical Engineering*, **19**, 195679 (1980).
3. E.-B. Kley, W. Rockstroh, H. Schmidt, A. Drauschke, F. Wyrowski, and L.-C. Wittig, *Proc. SPIE*, **4440**, 135 (2001).
4. W. W. Chow, and G. N. Lawrence, *Opt. Lett.*, **8**, 468 (1983).
5. M. Otsubo, K. Okada, and J. Tsujiuchi, *Optical Engineering*, **33**, 608 (1994).
6. J. Fleig, P. Dumas, P. E. Murphy, and G. W. Forbes, *Proc. SPIE*, **5188**, 296 (2003).
7. P. Murphy, J. Fleig, G. Forbes, D. Miladinovic, G. DeVries, and S. O'Donohue, *Proc. SPIE*, **6293** (2006).
8. Y.-M. Liu, G. N. Lawrence, and C. L. Koliopoulos, *Appl. Opt.*, **27**, 4504 (1988).
9. M. Melozzi, L. Pezzati, and A. Mazzone, *Optical Engineering*, **32**, 1073 (1993).

10. J. E. Millerd, N. J. Brock, J. B. Hayes, M. B. North-Morris, M. Novak, and J. C. Wyant, *Proc. SPIE*, **5531**, 304 (2004).
11. Y.-C. Chen, P.-C. Lin, C.-M. Lee, and C.-W. Liang, *Appl. Opt.*, **52**, 3381 (2013).
12. C. Zhao and J. H. Burge, *Proc. SPIE*, **7063**, 706316 (2008).
13. S. Chen, S. Li, and Y. Dai, *J. Opt. Soc. Am. A*, **22**, 1929 (2005).



林柏至先生為國立中央大學光電科學與工程學系博士班學生。

Po-Chih Lin is currently a Ph.D. student in the Department of Optics and Photonics at National Central University.



張鴻聖先生為國立中央大學光電科學與工程學系博士班學生。

Hung-Sheng Chang is currently a Ph.D. student in the Department of Optics and Photonics at National Central University.



陳怡君小姐為美國亞利桑那大學光學博士，現為國立中央大學光電科學與工程學系助理教授

Yi-Chun Chen received her Ph.D. in optical sciences from the University of Arizona, USA. She is currently an assistant professor in the Department of Optics and Photonics at National Central University.



梁肇文先生為美國亞利桑那大學光學博士，現為國立中央大學光電科學與工程學系助理教授。

Chao-Wen Liang received his Ph.D. in optical sciences from the University of Arizona, USA. He is currently an assistant professor in the Department of Optics and Photonics at National Central University.